AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

Prof. Christiano Penna

gLOCAL EVALUATION WEEK
Sharing local and global M&E knowledge

IPECE
Governo do Estado do Ceará
Secretaria do Planejamento e Gestão

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

Apresentação

Christiano M. Penna – cmp@caen.ufc.br – (85)99736.6006
https://sites.google.com/caen.ufc.br/prof-christiano-penna

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

- Introdução
- Análise de Insumo-Produto
- Modelos de Equilíbrio Geral Computável
- Possíveis análises para o Ceará
- Ressalvas

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

- Análise de Insumo-Produto
- Modelos de Equilíbrio Geral Computável
- Aplicações:
  - avaliações de políticas fiscais e tributárias;
  - avaliação de estratégias alternativas de desenvolvimento e crescimento econômico;
  - análises de problemas setoriais e seus links com o resto da economia.

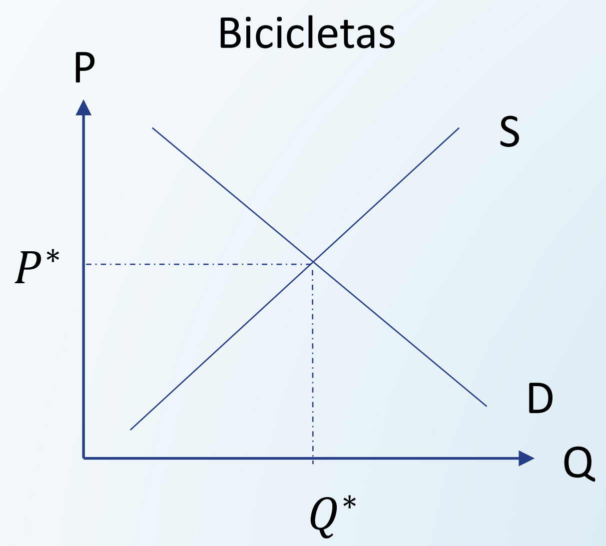
AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

ANÁLISE DE INSUMO-PRODUTO

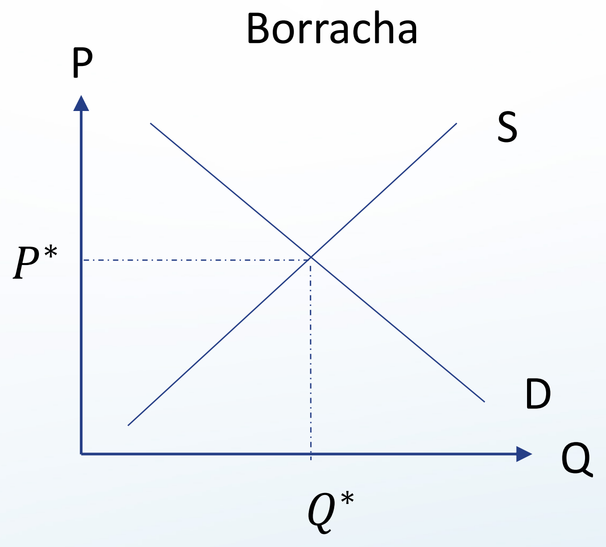
Intro: a Análise Insumo-Produto

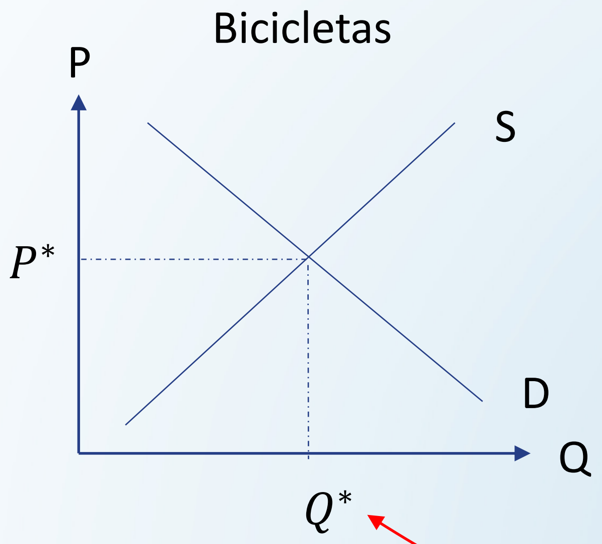
- **Leontief:** economista russo, naturalizado norte-americano; seu modelo, que originou a matriz insumo-produto, foi publicado em 1941; laureado com o prêmio Nobel em 1973.
- Problemática: quanto cada uma das **n** indústrias da economia deve produzir para que a demanda pelos diferentes produtos seja exatamente satisfeita?

EQUILÍBRIO PARCIAL
VS
EQUILÍBRIO GERAL

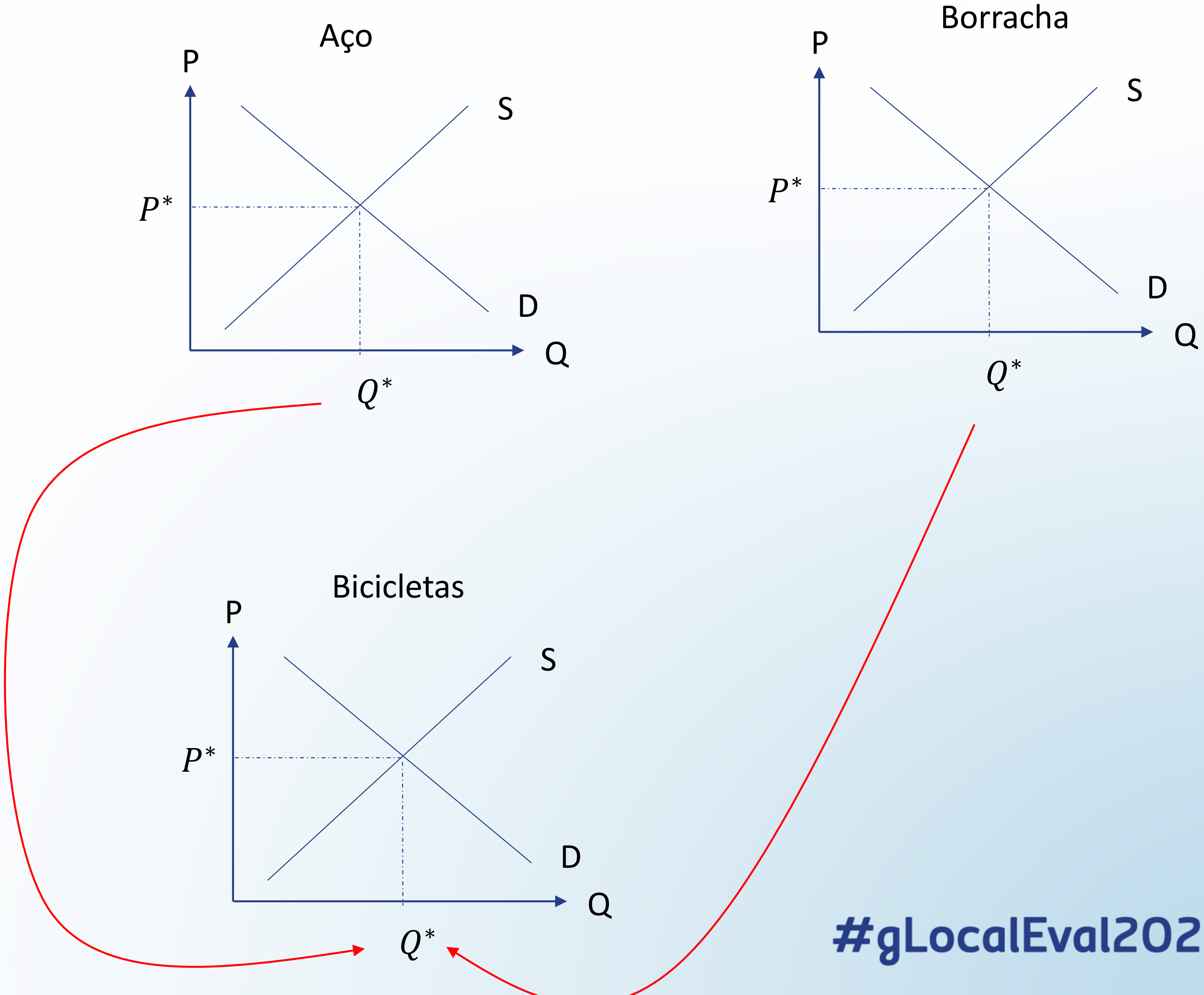


#gLocalEval2020

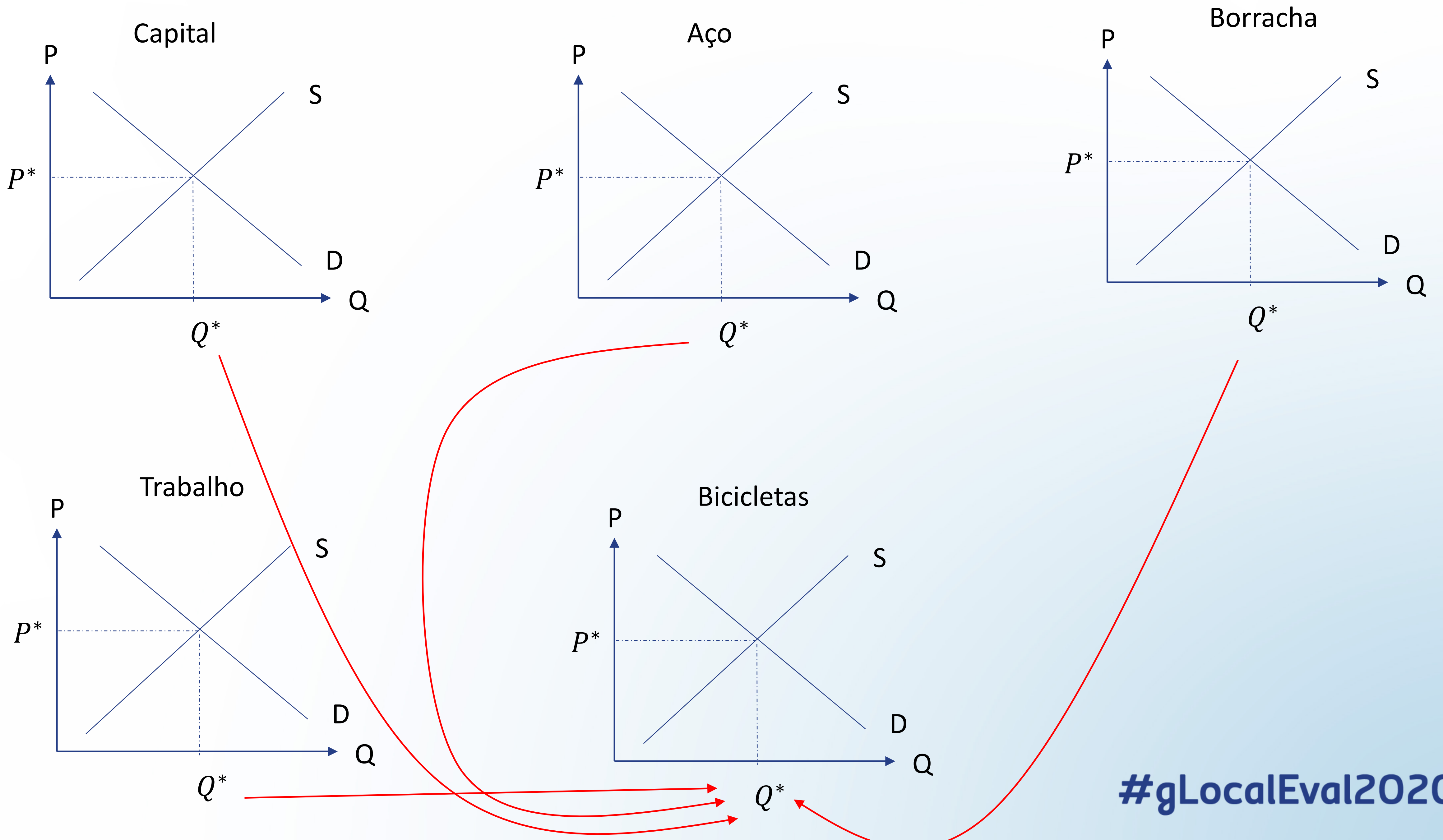




#gLocalEval2020



#gLocalEval2020


Capital
Aço
Borracha
Trabalho
Bicicletas
P
Q
S
D
P^*
Q^*
#gLocalEval2020

Portanto...

- O nível “correto” de produção dos **n** setores precisa ser consistente com as necessidades/demandas de insumos da economia

- O objetivo é estimar a “produção ótima” de vários produtos, para vários setores.

- Sob essa ótica, a Análise Insumo-Produto é uma ferramenta fundamental para a formulação de Políticas Públicas, pois passa a fornecer diversos tipos de respostas técnicas para determinados questionamentos como, por exemplo, qual seria o impacto do COVID-19 sobre o setor de Serviços?

Estrutura do Modelo

- Alguns pressupostos simplificadores comumente adotados:
  1. Cada setor produz apenas UMA mercadoria homogênea
  2. Cada setor utiliza uma proporção fixa de insumos
  3. Rendimentos constantes de escala: se todos os insumos variam na mesma proporção, o produto também varia nessa proporção
- Mais importante que tais pressupostos, é tomar intimidade com a maneira pela qual a ECONOMIA trata seus problemas e de que forma podemos tornar esse problema matematicamente tratável.

Desses pressupostos decorre:

- Para produzir **UMA** unidade de produto no setor ***j*** são necessários insumos do setor ***i***. Denominaremos de a_{ij} esse coeficiente de quantidades (monetárias) requeridas.
- Em outras palavras: a produção de **UMA** unidade do setor ***j*** requer a_{1j} do setor 1, a_{2j} do setor 2, e assim por diante
- Resumindo: a_{ij} significa o quanto do insumo i é utilizado para produzir uma unidade da mercadoria no setor j. Ou seja: $i/j = insumo/produto$
- a_{ij} é o que chamamos de COEFICIENTE INSUMO-PRODUTO

#gLocalEval2020

Nota

$a_{ij} = a_{11}$: é o coeficiente que demonstra quanto de insumo do Setor 1 se utiliza na própria produção deste setor – que é o produto final do Setor 1

$a_{ij} = a_{12}$: é o coeficiente que demonstra quanto de insumo do Setor 1 se utiliza na produção do Setor 2 – que é o produto final do Setor 2

Exemplo

		Produto j	
		Produto 1	Produto 2
Insumo i	Insumo 1	a_{11}	a_{12}
	Insumo 2	a_{21}	a_{22}

Dando valores para a_{ij}

		Produto j	
		Produto 1	Produto 2
Insumo i	Insumo 1	0,2	0,3
	Insumo 2	0,5	0,7

Interpretação: para produzir uma unidade do Produto 1, precisamos de 0,2 unidade do insumo 1 (vindo do próprio Setor) e 0,5 unidade do insumo 2 (vindo do Setor 2)

Transformando quantidades em preço

- Ao invés de trabalhar com UNIDADES, podemos também trabalhar com preços
- $a_{32} = 0{,}35$ seria algo como: são requeridos R$0,35 do valor do produto do Setor 3 para produzir R$1,00 do produto do Setor 2
- Para uma economia contendo **n** setores podemos arranjar os coeficientes de insumo-produto em forma de matriz.
- $A = \left[a_{ij}\right]$

Insumo	Produto				
	I	II	III	$\cdots$	N
I	a_{11}	a_{12}	a_{13}	$\cdots$	a_{1n}
II	a_{21}	a_{22}	a_{23}	$\cdots$	a_{2n}
III	a_{31}	a_{32}	a_{33}	$\cdots$	a_{3n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
N	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	$\cdots$	a_{nn}

Colunas: quantidades de insumos necessários para produzir uma unidade (em R$) do produto produzido no Setor 2

*Obs: se nenhum setor utilizar seu próprio produto como insumo, os elementos da diagonal principal da matriz **A** serão nulos*

Demanda Externa

- Agora além de **n** setores, teremos agentes externos (ex: famílias que demandam bens finais dos setores)
- Tais famílias também fornecem insumos primários para os setores (ex: trabalho)
- Assim, a soma de cada coluna deverá ser menor ou igual a 1
- Qual a razão econômica disso?
- A soma de todos os coeficientes de uma coluna é o custo de se produzir R$1,00 do produto final. Logo, se esse custo for maior que 1, sua produção não será economicamente justificável (estará se incorrendo em prejuízo)

A Matriz de Leontief

- Para que haja equilíbrio, todo o valor da produção (R$1,00) deve ser igual ao pagamento dos fatores de produção MAIS a demanda externa (famílias). Assim:
- $1 = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} + y_j \qquad \Rightarrow \qquad y_j = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$
- Faz sentido? Lucro = Receita - Custo

A Matriz de Leontief

- Se o Setor 1 opera a um nível de produção que satisfaça:
    1. As necessidades de insumos dos **n** setores, e também
    2. A demanda final do setor externo (família)
- Sua produção precisa satisfazer a seguinte equação:
- $x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + y_1$

A Matriz de Leontief

- Interpretando: $x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + y_1$
- x_1: quanto deverá ser produzido de produto no Setor 1, depende:
  - De quanto de insumo vai fornecer para o seu próprio setor ($a_{11}x_1$)
  - De quanto de insumo vai fornecer para os setores diferentes ($+a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n$)
  - De quanto irá vender para o consumidor final (y_1)

A Matriz de Leontief

- A expressão: $x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + y_1$
- Também poderá ser escrita da seguinte forma:
- $(1 - a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - \cdots - a_{1n}x_n = y_1$ ficando em função da demanda
- Assim, temos um conjunto de equações para os **n** setores:

$$
\begin{gathered}
(1 - a_{11})x_1 - \cdots - a_{1i}x_i - \cdots - a_{1n}x_n = y_1 \\
\vdots \\
-a_{i1}x_1 - \cdots + (1 - a_{ii})x_i - \cdots - a_{in}x_n = y_i \\
\vdots \\
-a_{n1}x_1 - \cdots - a_{ni}x_i - \cdots + (1 - a_{nn})x_n = y_n
\end{gathered}
$$

A Matriz de Leontief

- Esse conjunto de equações pode ser organizado em formato matricial como:

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

A Matriz de Leontief

- A matriz

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

- Pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & 1-a_{33} \end{bmatrix}$$

A Matriz de Leontief

- Ou seja, sempre que tivermos a matriz de coeficientes insumo-produto, podemos fazer $(I - A)$ para chegarmos à expressão:

$$\begin{bmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1-a_{nn}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

Logo, temos a notação de álgebra matricial: $(I - A)x = y$

#gLocalEval2020

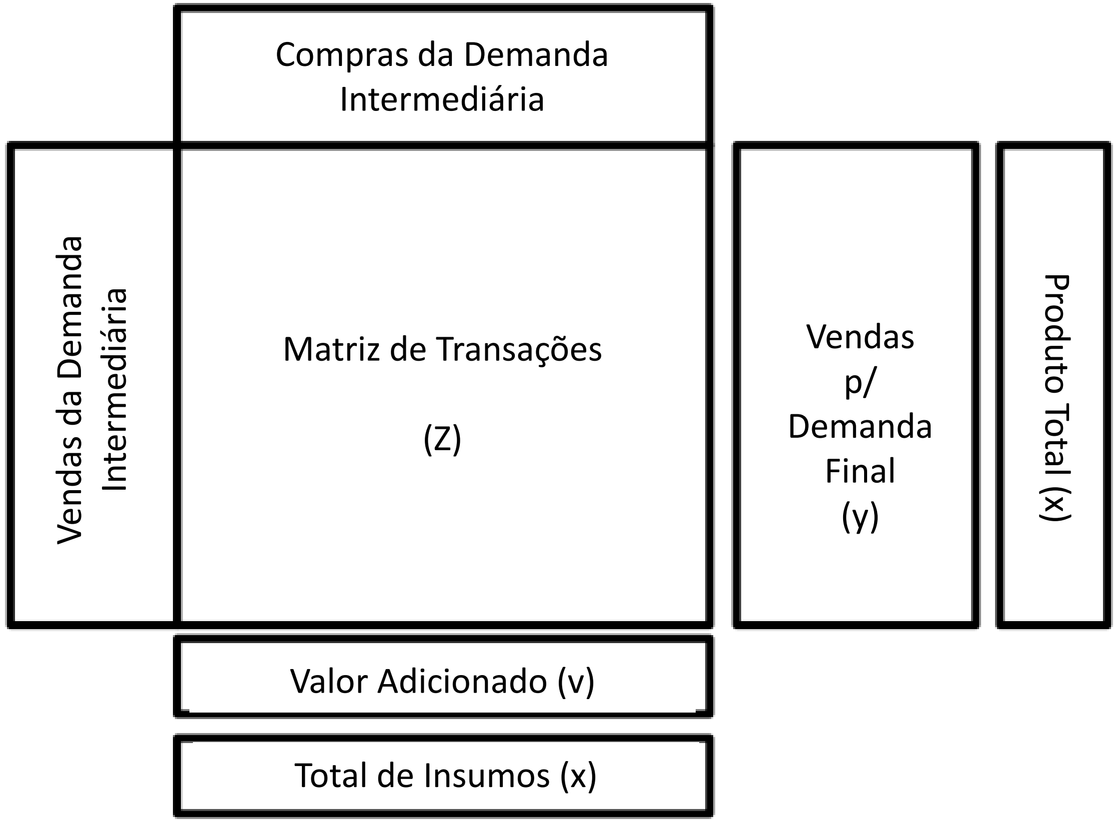
A Matriz de Leontief

- Considerando que $(I - A)$ é não singular, ou seja, possui inversa
- A solução para x será pré-multiplicar a expressão pela inversa de $(I - A)$ para isolá-lo, logo:

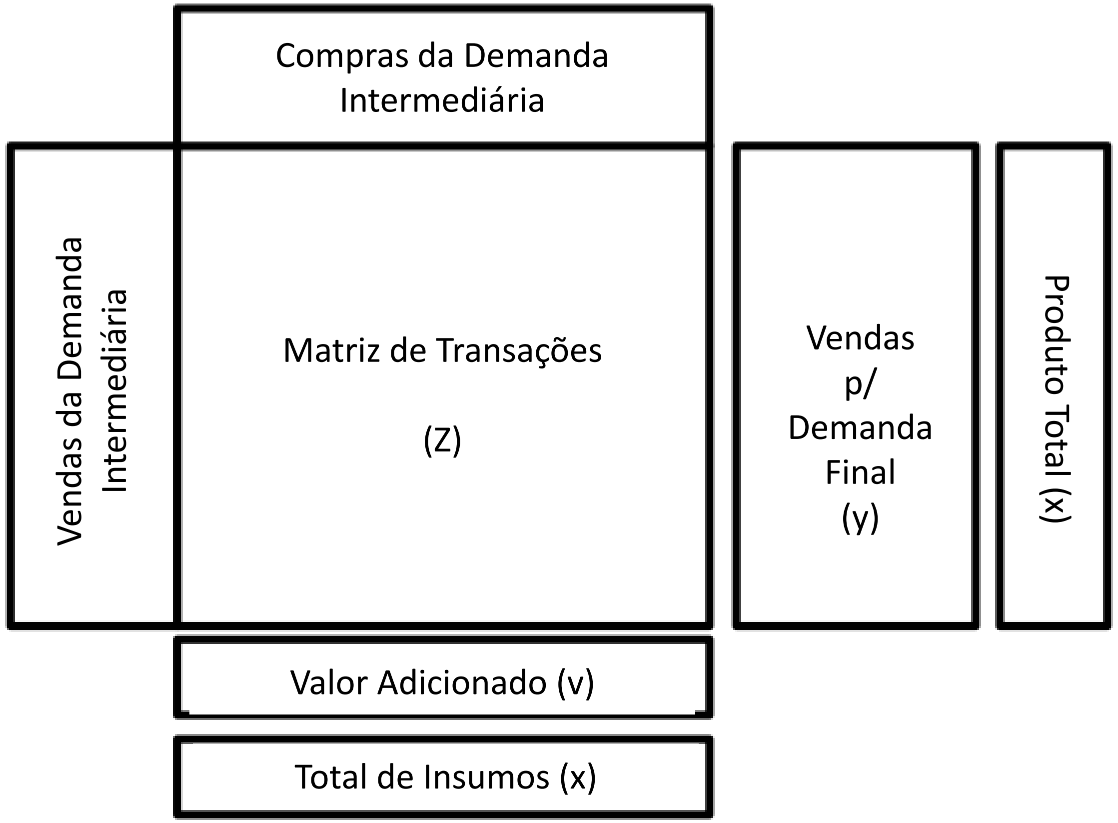
$$x = (I - A)^{-1}y$$

- Na prática, o Octave pode nos auxiliar a realizar esses cálculos com bastante rapidez. Vejamos um exemplo.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto



Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto



	Agricultura	Manufatura	Serviços	Demanda Final	Produto Total
Agricultura	12	8	4	12	36
Manufatura	2	18	12	16	48
Serviços	6	10	26	24	66
Val. Add	16	12	24		
Produto Total	36	48	66		

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

A análise de insumo-produto pode ser usada para descobrir qual seria o efeito de um aumento na demanda por agricultura de 12 para 16.

Se demandamos mais agricultura, não apenas o produto agrícola precisa aumentar, mas também todos os insumos da cadeia de suprimentos da agricultura precisa acompanhar esse movimento.

O que precisamos é de uma equação que mostre a produção em função da demanda final. Ou melhor, $x = f\ (y)$. Isso nos permitiria ver o que acontece com x se y aumentar.

O exercício a seguir usa o Octave para gerar trabalho através da equação de Leontief usada na análise de insumo-produto.

	Agricultura	Manufatura	Serviços	(y) Demanda Final	(x) Produto Total
Agricultura	12	8	4	12	36
Manufatura	2	18	12	16	48
Serviços	6	10	26	24	66
Val. Add	16	12	24		
Produto Total	36	48	66		

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

Baixe o arquivo de dados a partir desse link.
Salve o arquivo numa pasta específica e depois coloque o diretório atual do Octave nessa pasta.
Dê duplo clique no arquivo.
Observe que esse arquivo é uma coleção de matrizes **Z**, **y**, **v** e **f** que agora você pode ver no Ambiente de Trabalho.

Ambiente de Trabalho

Filtrar ☐

Nome	Classe	Dimensão	Valor	Atributo
Z	double	3x3	[12, 8, 4; 2, 18, 1...	
f	double	1x3	[72, 66, 42]	
v	double	1x3	[16, 12, 24]	
y	double	3x1	[12; 16; 24]	

	Agricultura	Manufatura	Serviços	(y) Demanda Final	(x) Produto Total
Agricultura	12	8	4	12	36
Manufatura	2	18	12	16	48
Serviços	6	10	26	24	66
Val. Add	16	12	24		
Produto Total	36	48	66		

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

Se você der duplo clique na variável Z, por exemplo, a janela do Editor de Variáveis vai se abrir e você vai ver que ela é a Matriz de Transações no exemplo dado.

Editor de Variáveis

Z

	1	2	3
1	12	8	4
2	2	18	12
3	6	10	26

	Agricultura	Manufatura	Serviços	(y) Demanda Final	(x) Produto Total
Agricultura	12	8	4	12	36
Manufatura	2	18	12	16	48
Serviços	6	10	26	24	66
Val. Add	16	12	24		
Produto Total	36	48	66		

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Gere o vetor coluna da produção total, **x**, por:
- >> x = sum (Z, 2) + y

- Verifique se é igual à soma da coluna de **Z**, adicionada a **v**
- >> x = sum (Z, 1) + v

- Normalmente, consideramos **x** como a soma da linha de **Z** mais a matriz de demanda final. Ocasionalmente, as tabelas IO não se equilibram e essa soma é mais precisa!
- Para garantir que x seja um vetor coluna, você pode fazer
- >> x = x'
- Ou repita a instrução
- >> x = sum (Z, 2) + y

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Cálculo da matriz de requisitos totais, A, ou matriz de coeficientes técnicos
- A produção total (x_i) de um setor específico pode ser expressa como:
- $x_i = z_{i1} + z_{i2} + \cdots + z_{ij} + y_i$
- A produção total de um setor é o produto de sua demanda intermediária e final.
- Se cada elemento, z_{ij}, ao longo da linha i, for dividido pelo produto x_j, associado à coluna correspondente j, cada elemento em Z poderá ser substituído por:
- $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$
- Essa nova matriz A é a matriz de requisitos totais e mostra a contribuição de cada elemento na matriz de transações para a produção total.

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Cálculo da matriz de requisitos totais A
- No Octave, a matriz de requisitos totais A, cujos elementos são $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$, pode ser encontrada através da instrução:
- >> A = Z./repmat(x',3,1)
- Através dela, cada elemento em Z é dividido pelo total e, para fazer isso, precisamos transpor o produto total e repeti-lo em 3 linhas.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Cálculo da inversa de Leontief, L
- Como $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$,
- Então $z_{ij} = a_{ij}x_j$
- Assim,
- $x_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{ij}x_j + y_i$
- Que, em forma matricial fica:
- $x = Ax + y$
- Mas queremos uma equação de x em função de y.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Usando álgebra matricial podemos reescrever $x = Ax + y$ como
- $y = x - Ax$
- $y = x(I - A)$
- $x = (I - A)^{-1}y$
- Ou, simplesmente,
- $x = Ly$
- Onde $L = (I - A)^{-1}$ é conhecida como a Inversa de Leontief.
- Usando o Octave...
- >> L = inv(eye(3)-A)

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Podemos realizar uma pequena prova de que a matriz calculada é a correta. Basta verificar se
- >> L*y
- Equivale a matriz x.

- Nossa pergunta é: se a demanda na agricultura cresce de 12 para 16, o que acontece com o produto total?

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Nossa pergunta é: se a demanda na agricultura cresce de 12 para 16, o que acontece com o produto total?
- Vamos montar um novo vetor de demanda final:
- >> y2 = y+[4;0;0]
- Note que estamos apenas somando 4 unidades ao vetor

de demanda final anterior

- O novo vetor de produto gerado com esse incremento é
- >> x2 = L*y2

	Agricultura	Manufatura	Serviços	(y) Demanda Final	(x) Produto Total
Agricultura	12	8	4	12	36
Manufatura	2	18	12	16	48
Serviços	6	10	26	24	66
Val. Add	16	12	24		
Produto Total	36	48	66		

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- O novo vetor de produto gerado com esse incremento é
- >> x2 = L*y2
- O acréscimo de produto setorial (todos os setores) dada a elevação da demanda final pela agricultura (setor singular) pode ser calculado a partir de:
- >> dx=x2-x
- O código completo desse exercício pode ser baixado nesse link.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Em sumo, temos o seguinte: Uma elevação de 4$ na demanda pela agricultura, na realidade eleva a produção da agricultura em $ 6.5060, da manufatura em $ 1.2209 e dos serviços em 2.2088.

```
dx =

    6.5060
    1.2209
    2.2088
```

- Vamos explorar um pouco mais essa simples estrutura.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Suponhamos 3 indústrias na economia e que a matriz insumo-produto seja:

- $A = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2 \end{bmatrix}$

- Vamos transferir e salvar esses dados para um arquivo no Octave. Para isso, limpe primeiro o Ambiente de Trabalho no menu superior Editar/Limpar Ambiente de Trabalho.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Agora vá até a janela de comandos e, com o botão direito do mouse escolha a opção “limpar tudo”.
- Vamos carregar os dados:
- >> A=[0.2,0.3,0.2; 0.4,0.1,0.2; 0.1,0.3,0.2]

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}4 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2 \end{bmatrix}$$

- Certifique-se que somente a matriz A está no seu Ambiente de Trabalho e depois use o comando
- >> save MIP_Exerc_2.mat
- Esse comando vai salvar todas as variáveis listadas no Ambiente de Trabalho num arquivo .mat

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Agora vamos criar um arquivo de comandos (extensão .m) para realizar alguns cálculos. Vá no Editor de arquivos e abra um novo arquivo.
- A primeira coisa que queremos é carregar a nossa matriz A. Para tanto, vamos usar o comando:
- >> load MIP_Exerc_2.mat;
- Agora vamos calcular a Matriz inversa de Leontief.
- Primeiro, precisamos definir o tamanho dessa matriz, que deve ser o mesmo de A. Então, vamos adicionar o comando:
- tA = length(A);
- Agora, basta calcular a matriz de Leontief com o comando
- L = inv(eye(tA)-A);

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Suponha que se estime que a demanda das famílias por produtos finais nos setores de agricultura, manufatura e serviços (em milhões de R$) será de $y_1 = 10$; $y_2 = 5$; $y_3 = 6$.
- Pergunta: qual será a produção setorial necessária para atender a essa demanda?
- Vimos que $x = (I - A)^{-1}y = Ly$, e já calculamos L.
- Mais especificamente,

```
L =

   1.71875   0.78125   0.62500
   0.88542   1.61458   0.62500
   0.54688   0.70312   1.56250
```

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Então, dado L, precisamos encontrar x, talque:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.71875 & 0.78125 & 0.62500 \\ 0.88542 & 1.61458 & 0.62500 \\ 0.54688 & 0.70312 & 1.56250 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- Primeiro precisamos definir o vetor coluna y:
- >> y = [10;5;6]
- E depois, calculamos o vetor x com o seguinte comando:
- >> x = L*y

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Encontramos que a produção setorial para atender a demanda final prevista das famílias será bem maior do que a estipulada. O que está acontecendo?

x	double	3x1	[24.844; 20.677; 18.359]
y	double	3x1	[10; 5; 6]

- x é a produção total. Ela é destinada as famílias, mas também ao próprio setor e aos demais setores. Por isso x vai ser quase sempre maior do que y.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Continuando nesse exercício, vamos pensar em mais uma questão econômica. Para tal, voltemos à matriz insumo-produto:
- $A = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,3 & 0,2 \end{bmatrix}$
- Já notamos que a soma das colunas é menor que 1 e que o pagamento das famílias já foi descrito anteriormente como: $1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$.
- vamos denotar v_{0j} como sendo o valor do insumo primário (trabalho das famílias) utilizado em cada setor j. Logo, teremos de $v_{0j} = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$:
- $v_{01} = 0,3$ $\qquad v_{02} = 0,3$ $\qquad v_{03} = 0,4$

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- **Pergunta-se**: com os níveis de produção x_i já calculados, será que a quantidade de insumo primário (trabalho) é consistente com o que se tem disponível na economia? **De outra maneira**: Qual seria a quantidade requerida de trabalho para se alcançar o total de produto descrito por x?

- Note que x é um vetor coluna (3x1). Precisamos então criar um vetor linha (1x3) para v e pré-multiplicá-lo por x.
- Para tanto, faça:
- v = [0.3,0.3,0.4];
- L=v*x;
- Donde encontramos que:

L	double	1x1	21

```
x =

   24.844
   20.677
   18.359
```

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Assim,

- As demandas [10,5,6] só serão viáveis se houver uma quantidade disponível de insumo primário (trabalho) de R$21 milhões
- Se a quantidade disponível for menor, então a meta de produção deverá, obrigatoriamente, ser reajustada para baixo
- Perceba que a matriz insumo produto é considerada com coeficientes fixos, independentemente da demanda final
- Isso significa que será possível traçar diversos cenários de demanda, sem alterar os coeficientes (metas alternativas de desenvolvimento)

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 3
- Considere a matriz insumo produto com 3 setores: $A = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}2 & 0{,}0 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}1 \end{bmatrix}$
- Suponha que o Governo decide implementar uma política pública em que deseja os seguintes níveis de demanda para os 3 setores da economia:
- $y = \begin{bmatrix} 100 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix}$
- *Sabendo-se que a quantidade disponível de insumo primário é de 180, seria possível atingir os níveis de produção desejados (x_i), baseados nessa política de demanda?*

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 3
- A primeira coisa que precisamos fazer é carregar os dados do problema:
- >> A = [0.3,0.4,0.2;0.2,0,0.5;0.1,0.3,0.1];
- >> y = [100;40;50];
- Podemos calcular v prontamente a partir de A. Primeiro precisamos do tamanho da matriz A:
- >> tA = length(A);
- Depois calculamos o vetor linha de Valor adicionado de trabalho:
- >> v1 = sum(A,1);
- >> v2 = ones(1,tA);
- >> v = v2 - v1;

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 3
- Agora calculamos a inversa de Leontief
- >> L = inv(eye(tA)-A);
- Para calcular o vetor coluna de produtos necessários para se atingir a demanda y:
- >> x=L*y;
- Por fim, calculamos o valor adicionado total nos três setores para se chegar a tal produção:
- >> N=v*x;
- Que nos dá um resultado de

N	double	1x1	190.00

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 3
- Agora podemos responder prontamente os questionamentos do exercício.
- Suponha que a prefeitura decide implementar uma política pública em que deseja os seguintes níveis de demanda para os 3 setores da economia:
- $y = \begin{bmatrix} 100 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix}$
- *P: Sabendo-se que a quantidade disponível de insumo primário é de 180, seria possível atingir os níveis de produção desejados (x_i), baseados nessa política de demanda?*
- R: Não seria possível atingir as demandas simuladas, pois a necessidade de insumo primário seria de 190, enquanto a disponível é de apenas 180. Para solucionar o problema, deveríamos diminuir as metas de produção finais.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Suponha que temos dados de 3 setores: **agricultura, indústria e serviços**.

- Para produzir uma unidade de seu produto final, a **agricultura** depende de R$0,3 de seu próprio produto, R$0,2 dos produtos da indústria e R$0,4 de produtos dos setor de serviços.
- Já a **indústria** necessita: R$0,5 dos produtos da agricultura, R$0,2 de seus próprios produtos, e R$0,2 dos serviços
- Setor de **serviços**: R$0,3 da agricultura, R$0,3 da indústria e R$0,3 de seu próprio setor

- As demandas finais setoriais são: R$2.000, R$1.000 e R$4.000 para os setores da agricultura, indústria e serviços, respectivamente.

- Sabendo que o VA para cada um dos setores é: **Agricultura R$28 mil; Indústria R$15 mil e Serviços R$30 mil**. Seria possível produzir as quantidades calculadas para cada setor?

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Vamos tentar organizar nossos dados. A informação que dispomos é a seguinte:

	Agricultura	Indústria	Serviços		Demanda Final		Produto Total
Agricultura	0,3	0,5	0,3		20		
Indústria	0,2	0,2	0,3		10		
Serviços	0,4	0,2	0,3		40		
VA	28	15	30				
Produto Total							

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4

	Agricultura	Indústria	Serviços		Demanda Final		Produto Total
Agricultura	0,3	0,5	0,3		20		
Indústria	0,2	0,2	0,3		10		
Serviços	0,4	0,2	0,3		40		
VA	28	15	30				
Produto Total							

- Primeiramente, note que só temos uma matriz de coeficientes técnicos (A) e o VA nos é dado (real). Podemos calcular o VA requerido, bastando lembrar que $v_{0j} = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$.

#gLocalEval2020

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Primeiramente, note que só temos uma matriz de coeficientes técnicos (A) e o VA nos é dado (real). Podemos calcular o VA requerido, bastando lembrar que $v_{0j} = 1 - \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$.
- Após carregar os dados, calcule o vetor de valor adicionado trabalho necessário através de:
- >> vn = ones(1,tA) - sum(A,1);
- Isso retorna: vn double 1x3 [0.10000, 0.10000, 0.10000]
- Agora vamos calcular qual seria o produto total requerido para atender a demanda final especificada.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Agora vamos calcular qual seria o produto total requerido para atender a demanda final especificada.

	Agricultura	Indústria	Serviços	Demanda Final	Produto Total
Agricultura	0,3	0,5	0,3	20	
Indústria	0,2	0,2	0,3	10	
Serviços	0,4	0,2	0,3	40	
VA	28	15	30		
Produto Total					

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Agora vamos calcular qual seria o produto total requerido para atender a demanda final especificada.
- Então calculamos a inversa de Leontief
- >> L = inv(eye(tA)-A);
- E calculamos o vetor coluna de produtos
- >> x=L*y;

x	double	3x1	[265.18; 175.89; 258.93]

- Encontramos então a produção necessária para atender a demanda...

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Encontramos então a produção necessária para atender a demanda...

	Agricultura	Indústria	Serviços		Demanda Final		Produto Total
Agricultura	0,3	0,5	0,3		20		265,18
Indústria	0,2	0,2	0,3		10		175,89
Serviços	0,4	0,2	0,3		40		258,93
VA	28	15	30				
Produto Total							

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Essa produção deve ser a mesma que a última linha inferior ...

	Agricultura	Indústria	Serviços		Demanda Final		Produto Total
Agricultura	0,3	0,5	0,3		20		265,18
Indústria	0,2	0,2	0,3		10		175,89
Serviços	0,4	0,2	0,3		40		258,93
VA	28	15	30				
Produto Total	265,18	175,89	258,93				

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Agora podemos calcular o VA necessário para se chegar a essa produção.
- Para calcular o VA setorial de trabalho , faça:
- VAs = vn.*x’;
- Para comparar o VA Setorial Necessário e o VA Setorial Real vc pode concatenar as matrizes da seguinte maneira:
- C = [vr ; VAs];
- Se quiser ainda calcular o VA total de trabalho, faça:
- VAt = vn*x;
- O arquivo com todas as instruções está disponível nesse link.

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- Agora podemos responder a pergunta:
- P: Sabendo que o VA para cada um dos setores é: Agricultura R$28 mil; Indústria R$15 mil e Serviços R$30 mil. Seria possível produzir as quantidades calculadas para cada setor?
- Note, inicialmente, que o VA total para atender a demanda planejada é de 70 mil, enquanto o VA disponível é de 73 mil. Então há sobra de recursos.
- Entretanto, é preciso fazer uma realocação de VAs Setoriais...

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- Exercício 4
- P: Sabendo que o VA para cada um dos setores é: Agricultura R$28 mil; Indústria R$15 mil e Serviços R$30 mil. Seria possível produzir as quantidades calculadas para cada setor?
- R: Sim, mas é preciso fazer uma realocação de VAs Setoriais...
- A indústria não dispõe de MDO suficiente para atender a demanda, entretanto, há sobra de MDO na agricultura e no setor de serviços. É possível realocar MDO desses setores para o setor industrial de modo a atender essa demanda.

C =

	Agric	Indust	Serv
Disponível	28.000	15.000	30.000
Requerido	26.518	17.589	25.893

Estrutura de uma Matriz Insumo-Produto

- É possível acrescentar muito mais realidade e complexidade na análise.
- A ideia era apresentar a estrutura básica de uma MIP, assim como as linhas de programação necessárias para se manipular essa matriz.
- Até aqui, trabalhamos com um modelo de região única.
- É possível expandir esse modelo de modo a trabalhar com mais de uma região. Isso é importante pois podemos fazer uma análise da interação de um determinado setor do estado com o restante do país, por exemplo.
- Outro ponto importante é que essas linhas de comando são facilmente ajustáveis para se trabalhar com matrizes maiores, com diversas regiões e mais de 100 setores, por exemplo.

MIP - CEARÁ

https://www.ipece.ce.gov.br/tabela-de-recursos-e-usos-e-matriz-de-insumo-produto-regionais-para-economia-cearense/

Extensões...

- Índices de Rasmussen-Hirschman
- Índices Puros de Ligação
- Multiplicadores de Emprego, Renda e Produção
- Extração Hipotética
- Campo de Influência

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

- Análise de Insumo-Produto
- Modelos de Equilíbrio Geral Computável
- Aplicações:
  - avaliações de políticas fiscais e tributárias;
  - avaliação de estratégias alternativas de desenvolvimento e crescimento econômico;
  - análises de problemas setoriais e seus links com o resto da economia.

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

MODELO CGE

Modelo de Equilíbrio Parcial:

Modelo para o Mercado de Bicicletas

Model Equations Type	General Notation	Numerical Function
Supply equation:	$Q_s = G(P_i, P)$	$Q_s = -4P_i + 2P$
Demand equation:	$Q_d = F(P, Y)$	$Q_d = 2Y - 2P$
Market clearing constraint:	$Q_s = Q_d = Q$	
Endogenous Variables		
Q = Quantity of bikes		
P = Price of bikes		
Exogenous Variables		
P_i = Prices of inputs (e.g., tires, steel)		
Y = Income		

Supondo: $P_i = 100; Y = 10.000,$ Como fica o preço P e a quantidade de Equilíbrio, Q?
O que ocorreria se a renda dobrasse?

Modelos de Equilíbrio Geral Computável

- A teoria de equilíbrio geral para mercados competitivos foi originada por Léon **Walras**. Sua teoria foi estendida às provas de existência e estabilidade do equilíbrio por Kenneth **Arrow** e Gérard **Debreu**.
- Esses estudos são de natureza teórica, bastante abstratos e rigorosos matematicamente, e não incluem análise numérica.
- Em contraste, os **modelos CGE** são projetados para estabelecer um quadro numérico para análises empíricas e de avaliação de políticas econômicas. É por isso que eles são chamados de modelos computacionais de equilíbrio geral.

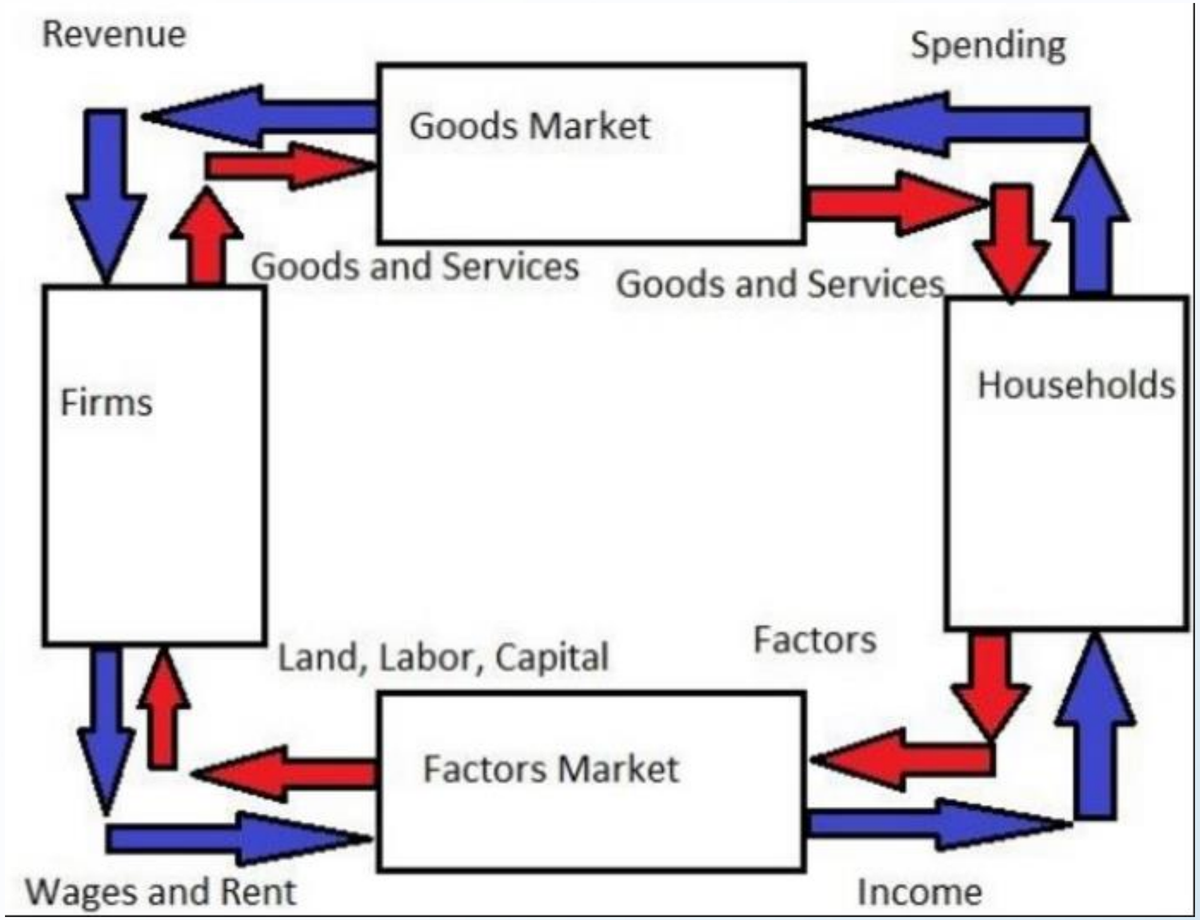
Modelo de Equilíbrio Geral Computável

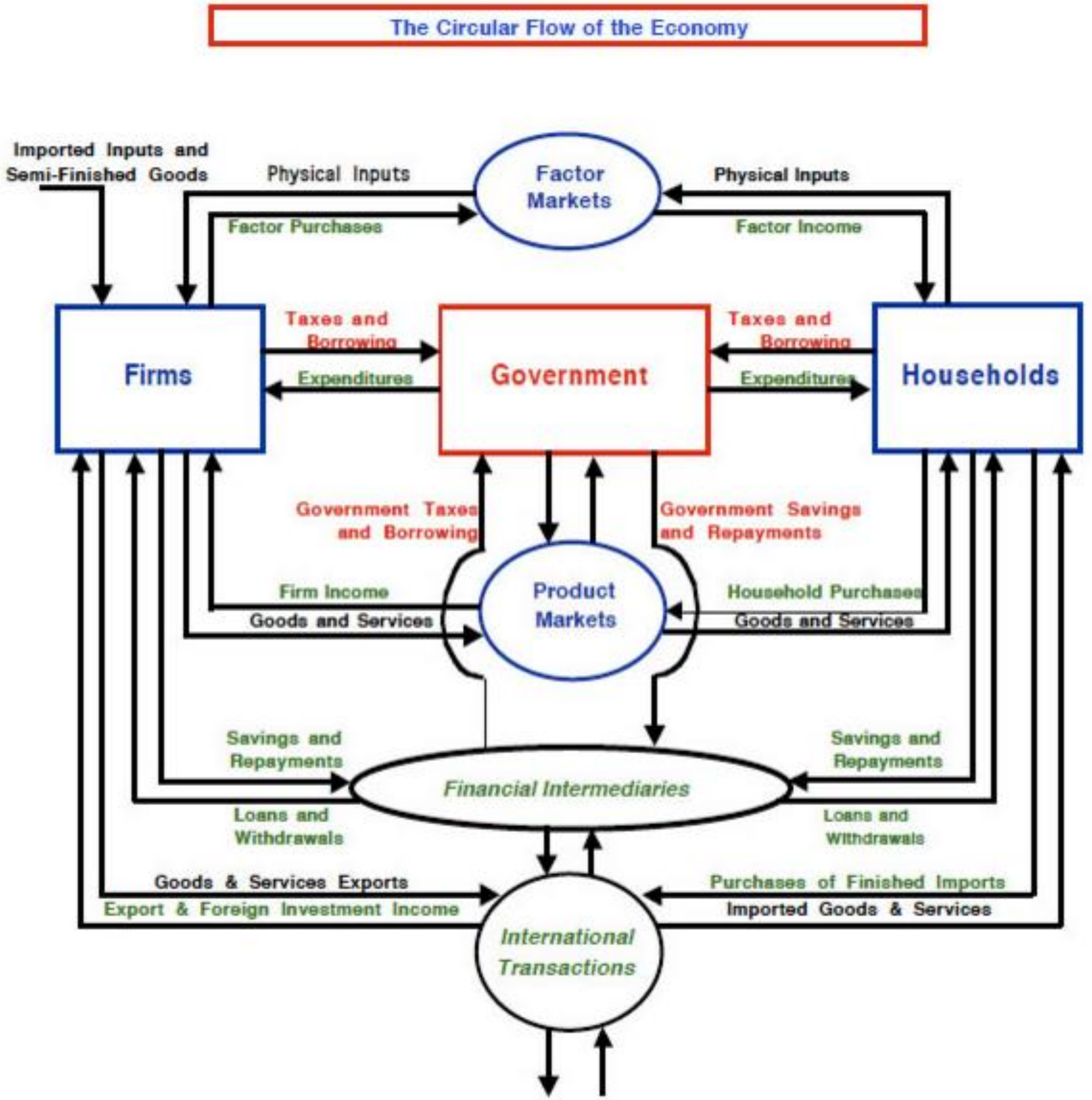
- Um CGE é um modelo que busca descrever a economia como um todo, assim como a interação entre suas partes.
- Utilizamos tanto teoria micro quanto macroeconômica.
- Essa teoria nos permite deduzir equações comportamentais, equações de equilíbrio, e equações de fechamento da economia, ou de *market-clearing*.
- *Market-clearing* é o processo pelo qual, em um dado mercado, a oferta se equiparada à demanda, de modo que não há excesso de oferta ou demanda.
- A economia novo-clássica pressupõe que, se a informação é perfeita e não existem “fricções" de preços, então os preços sempre se ajustam para garantir a compensação do mercado.

Modelo de Equilíbrio Geral Computável

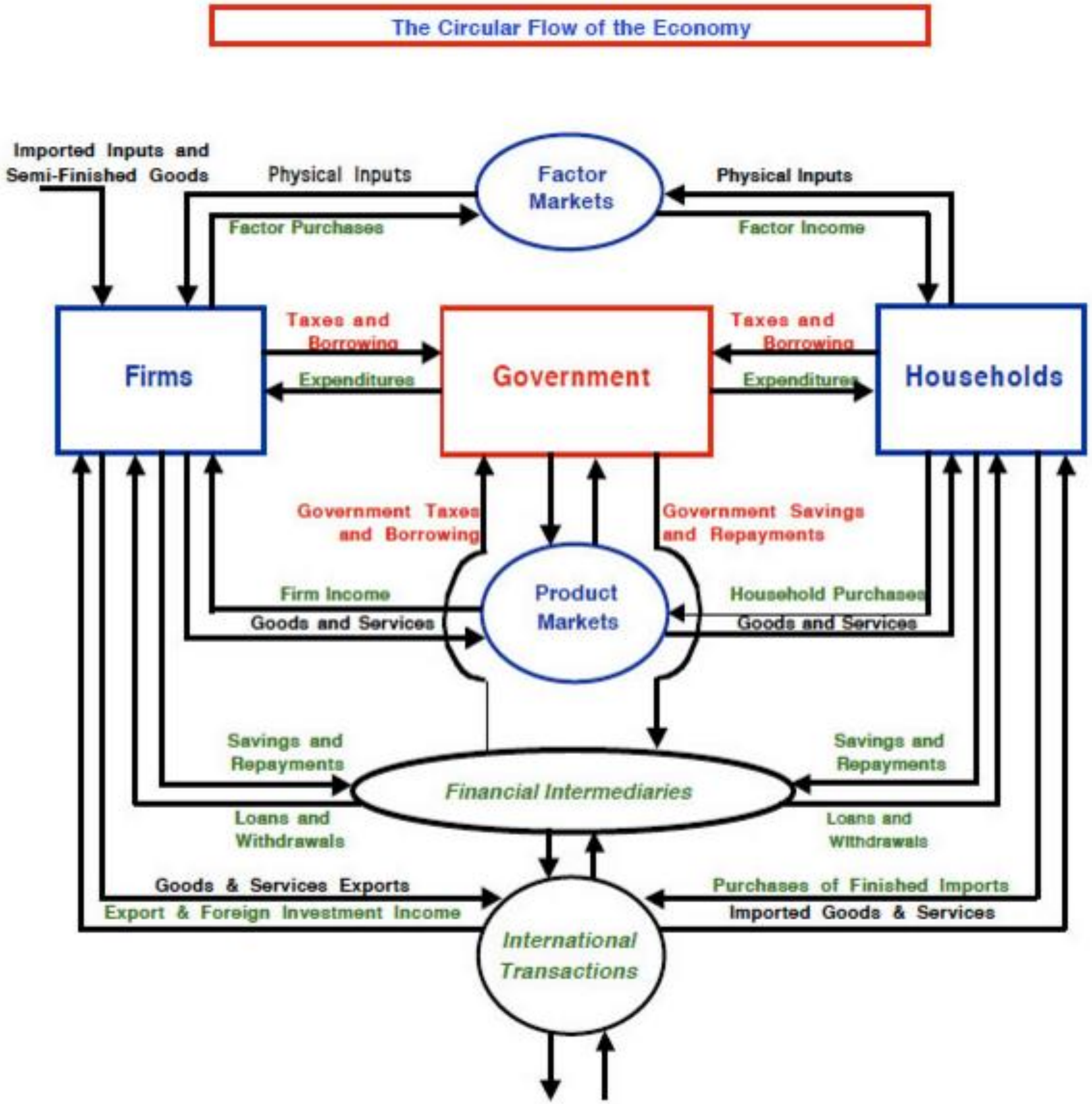
- Em modelos CGE, o conjunto de equações que descreve a economia é resolvido simultaneamente. A ideia é se encontrar preços e quantidades que garantam o equilíbrio geral do modelo.
- Posteriormente, pode-se utilizar o modelo para se fazer análises contrafactuais, ou seja, análises do tipo “e se?”.
- Essas análises são feitas dando-se um “choque” numa variável exógena, e recalculando o equilíbrio do modelo.
- Ao contrário do **modelo de equilíbrio parcial**, o **CGE** busca abarcar toda a economia.

Modelo Simples





#gLocalEval2020



Não há espaço para política monetária

~~Banco Central~~

Modelo Real

Não há moeda

Os bens são negociados por outros bens

#gLocalEval2020

Modelo de Equilíbrio Geral Computável

- Computável = O modelo pode ser quantificável
- Modelando e calibrando **apropriadamente** o modelo com **dados reais**, o experimento, ou **exercício contrafactual**, deve gerar resultados muito próximos do que **seria** observado na economia.
- O CGE torna-se, então, uma poderosa ferramenta para prescrever efeitos de políticas de diversos tipos como:
  - Acordos comerciais
  - Alterações de impostos
  - Emissão de gases
  - Efeito da Imigração no Mercado de Trabalho
  - Choques Externos (Petróleo)

Modelo de Equilíbrio Geral Computável

- <u>Equilíbrio</u> = O nível de preços determina o **equilíbrio entre SS & DD**.
- Esse nível de **preços** é resultado da tomada de **decisões** dos agentes.
- Os **agentes** sempre **maximizam suas funções objetivos**: Consumidores maximizam utilidade, firmas maximizam lucro, governo maximiza bem-estar social, etc...
- Um experimento gera um "desequilíbrio" e o modelo descreve de que forma a economia deve retornar para o novo equilíbrio. Essa ideia se assemelha á uma tacada inicial de billiard.
- Em sua maioria, esses modelos são **estáticos**: Não estamos interessados no comportamento dinâmico das bolas do billiard. Não nos interessa se a bola preta, por exemplo, tabelou 10 vezes antes de parar. O que nos interessa é somente onde ela parou.

Modelo de Equilíbrio Geral Computável

- Num experimento, todas as equações que determinam as variáveis endógenas do modelo devem ser novamente resolvidas de modo a se encontrar um novo equilíbrio após o choque experimentado.
- O modelo pode ter enfoque numa única economia, ou em múltiplas economias, ou seja, o modelo pode contemplar uma única região, ou várias regiões.
- O link entre economias ou regiões é feito através do comércio e/ou do fluxo de capitais. Essa modelagem permite uma visão bastante detalhada da economia.

Estrutura de um CGE

- Consumo
- Produção
- Mercado de Fatores
- Setor Externo
- Governo

Dados para o CGE

- Para calibrar o modelo CGE são necessários dados sobre o fluxo circular de renda e despesa para um dado ano, por exemplo, 2014.
- Quanto mais desagregada for essa base de dados, mais complexo e próximo da realidade se torna o modelo.
- Obviamente, uma desagregação em demasia não ajuda muito. Assim, é costume se trabalhar com setores (agricultura, serviços e manufatura, por exemplo) e famílias representativas (que também podem ser categorizadas, dependendo do problema que se queira estudar).
- Em geral, trabalhamos com dados oficiais advindos das Contas Nacionais. O IBGE é o principal responsável por esses dados e, em âmbito subnacional, diversos estados vêm se esforçando para construir suas estatísticas.
- Esses dados são consolidados no que chamamos de Matriz de Contabilidade Social

SAM

- Matriz de contabilidade social (SAM) é um registro em forma matricial de todas as **transações** de uma economia em um **dado período** de tempo, usualmente o seu ano de referência.
- A SAM apresenta de modo completo, desagregado, e consistente, os fluxos de renda e de bens de uma economia, e mostra claramente a interdependência existente entre as diversas entidades envolvidas no funcionamento do sistema econômico.
- Ela descreve como os bens e fatores se transformam ao passar da produção aos mercados, às instituições e aos agentes da economia, registrando simultaneamente o fluxo circular da renda entre todas essas entidades.
- Uma descrição detalhada de como se pode elaborar uma SAM pode ser vista no TD 1242 do IPEA, ou no TD 58 do BNDES.
- A construção da SAM é feita com base em Matrizes Insumo-Produto.

Softwares para CGE

- Há diversos softwares para se trabalhar com modelos CGEs. Os mais conhecidos são:
  - GEMPACK
  - GAMS - BAIXE O GAMS - https://www.gams.com/latest/
  - MPSGE
  - gEcon

  - Os mais interessados podem dar uma olhada no paper do Horridge e Pearson (2011)
  - O gECON é o único livre, embora menos utilizado

#gLocalEval2020

Aplicações (*Scholar Google*)

Um **modelo** de **equilíbrio geral computável** para o estudo de políticas de comércio exterior no Brasil MCS Souza, AB Hidalgo - 1988 - repositorio.ipea.gov.br O trabalho desenvolve um **modelo** de **equilíbrio geral computável** para o estudo de políticas de comércio exterior no Brasil. O **modelo** está formado por um conjunto de equações não-lineares e simultâneas e onde a mecanismo dos preços desempenha um papel muito Citado por 22 Artigos relacionados Todas as 2 versões Citar Salvar	[PDF] ipea.gov.br	COMEX
[CITAÇÃO] Reforma tributária, crescimento e distribuição de renda no Brasil: Lições de um **modelo** de **equilíbrio geral computável** A Fochezatto - Economia Aplicada, 2003 Citado por 18 Artigos relacionados Citar Salvar		Distribuição de Renda
Um **modelo computável** de **equilíbrio geral** para planejamento e análise de políticas agrícolas (PAPA) na economia brasileira JJM Guilhoto - 1995 - mpra.ub.uni-muenchen.de This work describes a Computable General Equilibrium (CGE) model for Planning and Analysis of Agricultural Policies (PAPA) in the Brazilian economy. The PAPA model is a Computable model of the Johansen type and the solutions of the model are given in growth Citado por 56 Artigos relacionados Todas as 6 versões Citar Salvar	[PDF] uni-muenchen.de	Política Agrícola
[CITAÇÃO] … de cenários de mudança climática na agricultura brasileira: um exercício a partir de um **modelo** de **equilíbrio geral computável**. Piracicaba, 2010. 266p GI MORAES - 2010 - Tese (Doutorado)–Escola Superior … Citado por 15 Artigos relacionados Citar Salvar		Mudanças Climáticas
[PDF] Testando um **modelo** de **equilíbrio geral computável** para a economia gaúcha: impactos da reestruturação tributária A Fochezatto - Ensaios FEE, 2002 - researchgate.net Resumo Este trabalho avaliou um **modelo** de **Equilíbrio Geral Computável** construído para a economia do Rio Grande do Sul. O **modelo** contempla os aspectos relevantes da estrutura produtiva da economia regional bem como as relações econômicas do Estado com o Resto Citado por 12 Artigos relacionados Todas as 3 versões Citar Salvar Mais	[PDF] researchgate.net	Alteração Tributária
EFES-Um **modelo** aplicado de **equilíbrio geral** para a economia brasileira: projeções setoriais para 1999-2004 EA Haddad, EP Domingues - Estudos Econômicos (São Paulo), 2016 - revistas.usp.br … utilizado para projetar um cenário consistente de médio prazo para o período 1999-2004, baseado na combinação de projeções macroeconômicas derivadas de um **modelo** satélite de … PALAVRAS-CHAVE **modelos** de **equilíbrio geral computável**, **modelos** de planejamento … Citado por 57 Artigos relacionados Citar Salvar	[PDF] usp.br	Análise Setorial

gLOCAL
EVALUATION WEEK
Sharing local and global M&E knowledge

AVALIAÇÕES DE POLÍTICAS PÚBLICAS COM BASE EM MODELOS COMPUTACIONAIS MACROECONÔMICOS

Prof. Christiano Penna

IPECE

GOVERNO DO ESTADO DO CEARÁ
Secretaria do Planejamento e Gestão

Matemática por trás dos CGES

- A **programação matemática** refere-se a um conjunto de procedimentos que tratam da análise de problemas de otimização. Os problemas de otimização são geralmente aqueles em que um tomador de decisões deseja otimizar algumas medidas de satisfação selecionando valores para um conjunto de variáveis. Discutiremos esse conjunto de programas matemáticos onde os valores das variáveis são limitados por condições externas ao problema em questão (por exemplo, restrições sobre o montante máximo de recursos disponíveis e / ou o montante mínimo de certos itens que precisam estar disponíveis), e as restrições de sinal sobre as variáveis.

Um modelo simples

- ESTRUTURA:
  - Uma família
  - Duas firmas
  - Dois bens (pão e leite)
  - Dois fatores (capital e trabalho).

- Essa estrutura vai nos gerar um sistema de equações simultâneas com 14 equações e o mesmo número de variáveis endógenas.

Modelo de Equilíbrio Geral Computável

- **DESVANTAGENS:**

- Como não analisamos a trajetória dinâmica do modelo, questões importantes podem ser deixadas de lado, como a trajetória do emprego e da inflação.
- Não há espaço para política monetária.

Um modelo simples

- Hipótese básicas:
- A economia é estática (não há elementos relacionados ao tempo como investimento e poupança);
- A economia é fechada (não há comércio internacional)
- Simplificações:
- Dois bens são produzidos, pão e leite (denotados com os índices i ou j)
- Existem dois fatores, capital e trabalho (denotados com índices h ou k)
- A família representativa consome os dois tipos de bens para maximizar sua utilidade.
- Existem duas empresas representativas, cada qual responsável pela produção de pão ou leite.
- A família é detentora de fatores (capital e trabalho) e os fornece às empresas em troca de remunerações (renda).
- As empresas empregam os fatores em sua produção.
- Demanda e oferta de bens e fatores convergem para o equilíbrio através do ajustes dos preços (preços são flexíveis)
- Os mercados são perfeitamente competitivos (os agentes são "tomadores de preços“).

Um modelo simples

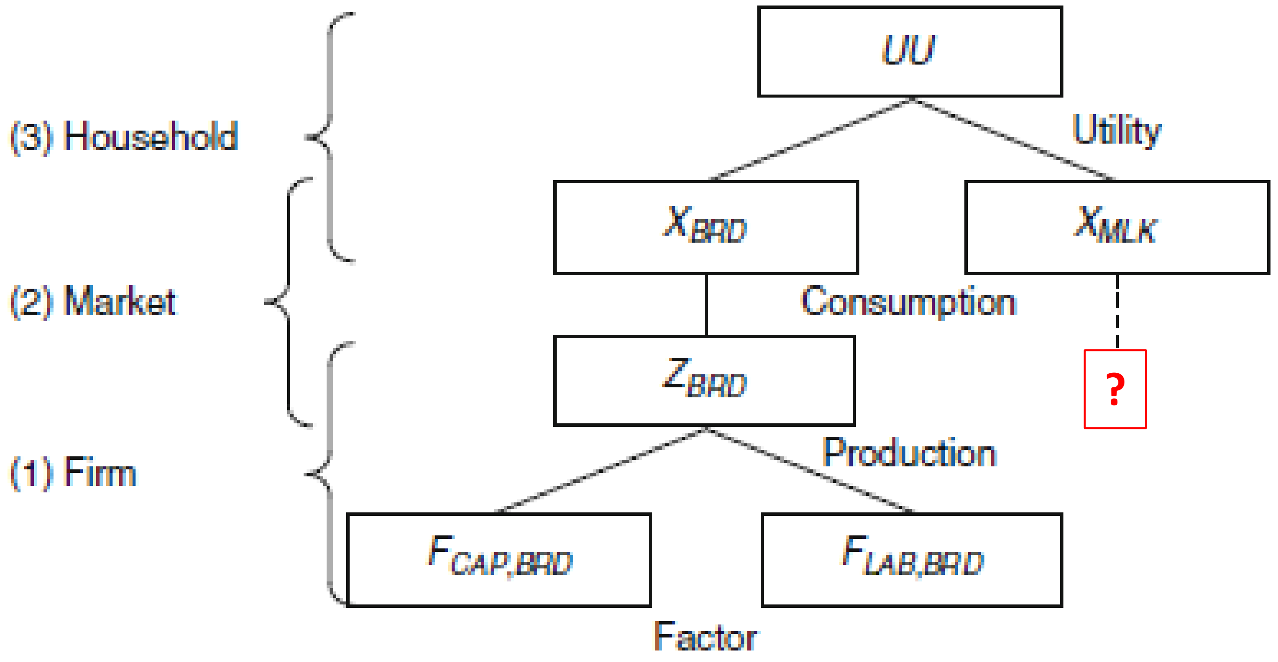


Figure 2.1 Model structure

- (1) Os bens Zj são produzidos pelas empresas com insumos $F_{h,j}$. Então, (2) Eles são vendidos nos mercado de bens para as famílias que consomem X_j. (3) O consumo destes bens gera a utilidade UU. Os pagamentos ocorrem na direção oposta. O fator renda é gerado pelas empresas e pago de volta às famílias na forma de remuneração dos fatores. Essa remuneração é utilizada para comprar os bens X_j.

#gLocalEval2020

Um modelo simples

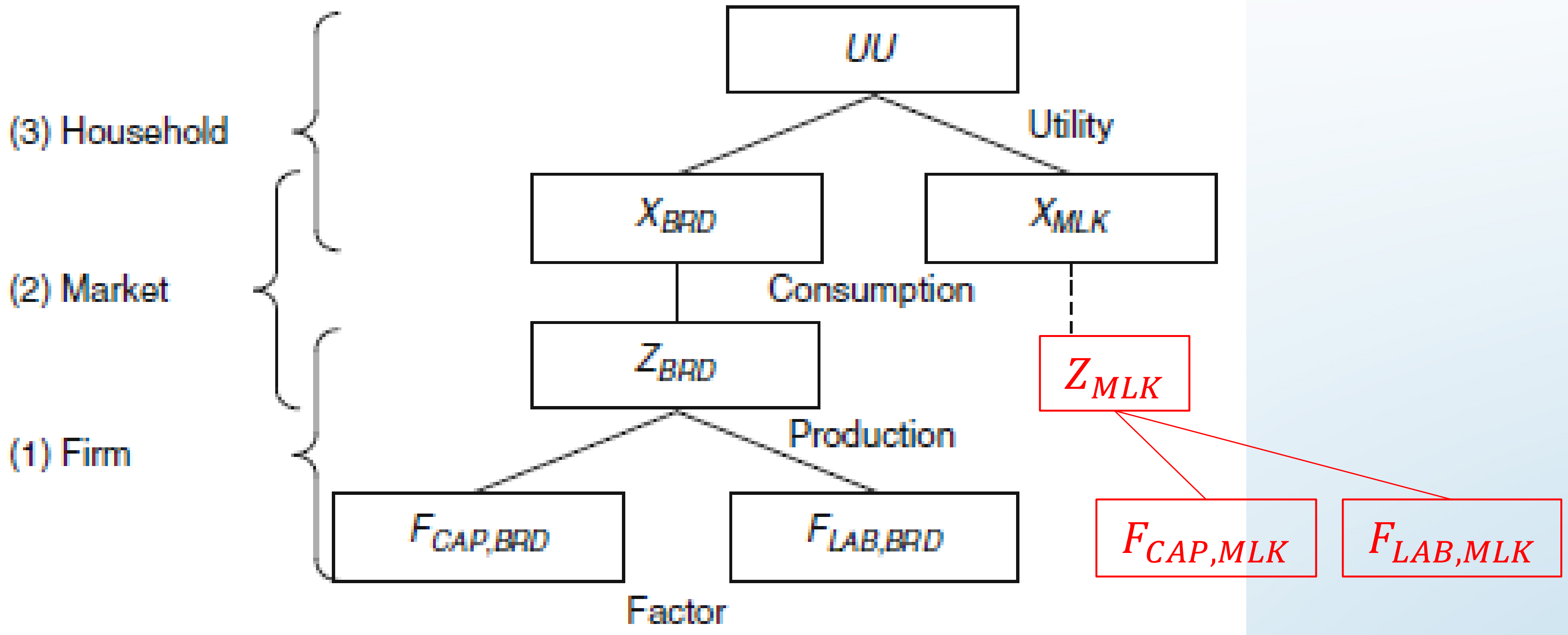


Figure 2.1 Model structure

- (1) Os bens Zj são produzidos pelas empresas com insumos $F_{h,j}$. Então, (2) Eles são vendidos nos mercado de bens para as famílias que consomem X_j. (3) O consumo destes bens gera a utilidade UU. Os pagamentos ocorrem na direção oposta. O fator renda é gerado pelas empresas e pago de volta às famílias na forma de remuneração dos fatores. Essa remuneração é utilizada para comprar os bens X_j.

#gLocalEval2020

Um modelo simples

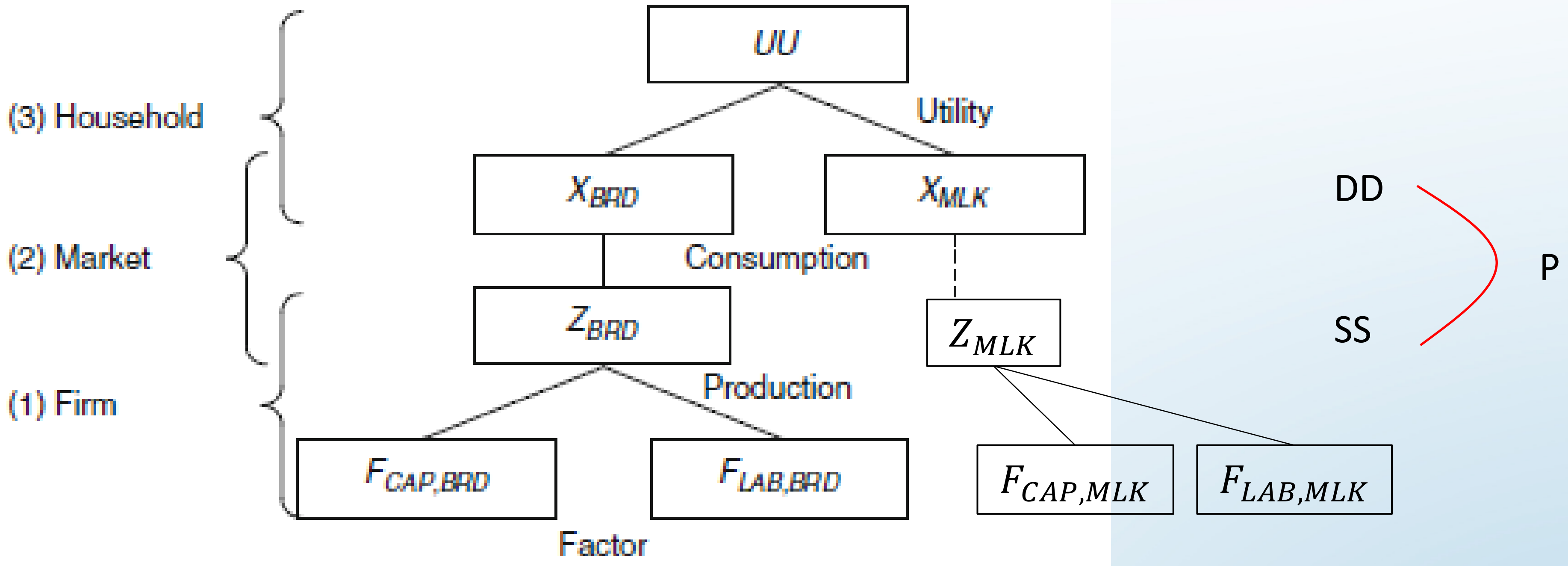


Figure 2.1 Model structure

- (1) Os bens Zj são produzidos pelas empresas com insumos $F_{h,j}$. Então, (2) Eles são vendidos nos mercado de bens para as famílias que consomem X_j. (3) O consumo destes bens gera a utilidade UU. Os pagamentos ocorrem na direção oposta. O fator renda é gerado pelas empresas e pago de volta às famílias na forma de remuneração dos fatores. Essa remuneração é utilizada para comprar os bens X_j.

#gLocalEval2020

Comportamento da Família:

- A família maximiza sua utilidade sujeita à RO da seguinte maneira:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\; UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \underbrace{\sum_i p_i^x X_i}_{\substack{\text{Valor do Consumo}\\\text{(Dispêndio)}}} = \underbrace{\sum_h p_h^f FF_h}_{\substack{\text{Valor da Remuneração}\\\text{(Renda)}}}$$

where:

i, j: goods (BRD, MLK),

h, k: factors (CAP, LAB),

UU: utility,

X_i: consumption of the i-th good ($X_i \geq 0$),

FF_h: endowments of the h-th factor for the household,

p_i^x: demand price of the i-th good ($p_i^x \geq 0$),

p_h^f: price of the h-th factor ($p_h^f \geq 0$),

α_i: share parameter in the utility function ($0 \leq \alpha_i \leq 1$, $\sum_i \alpha_i = 1$).

Comportamento da Família:

- A família maximiza sua utilidade sujeita à RO da seguinte maneira:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\ UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \sum_i p_i^x X_i = \sum_h p_h^f FF_h$$

$$UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} = X_{BRD}^{\alpha_{BRD}} \cdot X_{MLK}^{\alpha_{MLK}}$$

$$p_{BRD}^x X_{BRD} + p_{MLK}^x X_{MLK} = p_{CAP}^f FF_{CAP} + p_{LAB}^f FF_{LAB}$$

Comportamento da Família:

- A família maximiza sua utilidade sujeita à RO da seguinte maneira:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\; UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \sum_i p_i^x X_i = \sum_h p_h^f FF_h$$

- Solução analítica:

$$L(X_i;\varphi) \equiv \prod_i X_i^{\alpha_i} + \varphi\left(\sum_h p_h^f FF_h - \sum_i p_i^x X_i\right)$$

- CPOs

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = \alpha_i \frac{\prod_j X_j^{\alpha_j}}{X_i} - \varphi p_i^x = 0 \quad \forall i \qquad\qquad \frac{\partial L}{\partial \varphi} = \sum_h p_h^f FF_h - \sum_i p_i^x X_i = 0$$

Comportamento da Família:

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = \alpha_i \frac{\prod_j X_j^{\alpha_j}}{X_i} - \varphi p_i^x = 0 \quad \forall i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = \sum_h p_h^f FF_h - \sum_i p_i^x X_i = 0$$

- Resolvendo esse sistema, temos:

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

A função de demanda acima implica que a demanda pelo i-ésimo bem X_i aumenta com um declínio de seu preço, p_i^x, ou com um aumento da renda, $\sum_h p_h^f FF_h$.

Comportamento das Firmas

- Temos $j = 2$ empresas representativas que utilizam capital e trabalho para produzir pão e leite, respectivamente, e maximizar lucros dada a tecnologia disponível:

$$\underset{Z_j, F_{h,j}}{\text{maximize}} \; \pi_j = p_j^z Z_j - \sum_h p_h^f F_{h,j} \qquad \text{s.t.} \qquad Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

Comportamento das Firmas

$$\underset{Z_j, F_{h,j}}{\text{maximize}}\ \pi_j = \underbrace{p_j^z Z_j}_{\text{Receita}} - \underbrace{\sum_h p_h^f F_{h,j}}_{\text{Custos}} \qquad \text{s.t.} \qquad \underbrace{Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}}_{\text{Tecnologia}}$$

where:

i, j: firm (BRD, MLK),

h, k: factor (CAP, LAB),

π_j: profit of the j-th firm,

Z_j: output of the j-th firm,

$F_{h,j}$: the h-th factor used by the j-th firm,

p_j^z: supply price of the j-th good,

p_h^f: price of the h-th factor,

$\beta_{h,j}$: share coefficient in the production function ($0 \leq \beta_{h,j} \leq 1$, $\sum_h \beta_{h,j} = 1$),

b_j: scaling coefficient in the production function.

#gLocalEval2020

Comportamento das Firmas

$$\underset{Z_j, F_{h,j}}{\text{maximize}}\ \pi_j = p_j^Z Z_j - \sum_h p_h^f F_{h,j} \qquad \text{s.t.} \qquad Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

- Lagrange: $$L_j(Z_j,\, F_{h,j};\, \omega_j) = \left(p_j^Z Z_j - \sum_h p_h^f F_{h,j} \right) + \omega_j \left(b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}} - Z_j \right)$$
- CPOs:

$$\frac{\partial L_j}{\partial Z_j} = p_j^Z - \omega_j = 0 \quad \forall j \qquad , \qquad \frac{\partial L_j}{\partial \omega_j} = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}} - Z_j = 0 \quad \forall j$$

$$\frac{\partial L_j}{\partial F_{h,j}} = -p_h^f + \omega_j \beta_{h,j} \frac{b_j \prod_k F_{k,j}^{\beta_{k,j}}}{F_{h,j}} = 0 \quad \forall h, j$$

Comportamento das Firmas

$$\frac{\partial L_j}{\partial Z_j} = p_j^Z - \omega_j = 0 \quad \forall j$$

$$\frac{\partial L_j}{\partial \omega_j} = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}} - Z_j = 0 \quad \forall j$$

$$\frac{\partial L_j}{\partial F_{h,j}} = -p_h^f + \omega_j \beta_{h,j} \frac{b_j \prod_k F_{k,j}^{\beta_{k,j}}}{F_{h,j}} = 0 \quad \forall h, j$$

- Resolvendo para ω_j e substituindo Z_j resultante da 3ª CPO, temos:

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^Z Z_j \quad \forall h, j$$

- A demanda da firma j pelo h-ésimo fator/insumo aumenta quando:
  - o preço desse h-ésimo fator, p_h^f, cai;
  - o preço de oferta do j-ésimo bem aumenta, ou
  - a produção do j-ésimo bem, Z_j, aumenta.
- Também: quanto maior o parâmetro $\beta_{h,j}$, mais sensível é a demanda com relação à mudanças nas outras variáveis.

Condições de equilíbrio (*MKT Clearing*)

- Os problemas de otimização dos três agentes (uma família e duas empresas) foram resolvidos separadamente. Assim, não há garantia de que os preços assumidos pela família sejam os mesmos que os assumidos pelas empresas.
- Mais precisamente, para o i-ésimo bem, a família assume o preço de demanda p_i^x, enquanto as firmas assumem o preço de oferta p_i^z, e esses dois preços não são necessariamente os mesmos, em geral.
- Além disso, mesmo que esses preços sejam idênticos, a oferta não é necessariamente igual à procura por cada bem e por cada fator. Além disso, a demanda total das empresas por cada fator não corresponde necessariamente às suas dotações. Precisamos de condições adicionais para que haja equilíbrio.

Condições de equilíbrio (MKT Clearing)

- O equilíbrio de mercado para cada bem e fator, em termos de quantidade e preço, requer:

$$X_i = Z_i \qquad \forall i$$

(DD por bens = SS de bens)

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \qquad \forall h$$

(Demanda por Fatores = Dotação de Fatores)

$$p_i^z = p_i^x \qquad \forall i$$

(Preço de SS = Preço de DD)

Sistema de Equações do Modelo

- Ao reunirmos as equações geradas pelas CPOs da família e das firmas junto com as condições de market-clearing, obtemos um conjunto de equações que descrevem nosso modelo econômico.

- É importante notar que, para que o sistema tenha solução única, o número de equações deve ser igual ao número de variáveis endógenas.

- Também temos 14 variáveis endógenas associadas às quantidades e preços de bens produzidos e demandados, e de insumos utilizados por cada fábrica.

Sistema de Equações do Modelo

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}} \quad \forall j$$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h, j$$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

Sistema de Equações do Modelo

14 Equations

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}} \quad \forall j$$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

$\boldsymbol{4i}$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h,j$$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

$\boldsymbol{h}$

$\boldsymbol{h.j}$

#gLocalEval2020

Sistema de Equações do Modelo

- O equilíbrio de mercado para cada bem e fator, em termos de quantidade e preço, requer 14 variáveis endógenas:

$$X_i, \quad i = 2 \qquad\qquad p_i^x, \quad i = 2$$

$$Z_j, \quad j = 2 \qquad\qquad p_j^z, \quad j = 2$$

$$F_{h,j}, \quad h.j = 4 \qquad\qquad p_h^f, \quad h = 2$$

Sistema de Equações do Modelo

- A função de utilidade da família, assim como a função lucro das firmas são o que chamamos de **função objetivo**. Entretanto, as variáveis UU e π_j também são determinadas dentro do modelo, embora não sejam consideradas variáveis endógenas:

$$\pi_j = p_j^z Z_j - \sum_h p_h^f F_{h,j} \qquad j = 2$$

e/ou

$$UU = \prod_i X_i^{\alpha_i}$$

#gLocalEval2020

Sistema de Equações do Modelo

A **lei de Walras** implica que a soma do excesso de demanda em todos os mercados é sempre igual a zero; isso é:

$$p^x_{BRD}(X_{BRD} - Z_{BRD}) + p^x_{MLK}(X_{MLK} - Z_{MLK})$$
$$+p^f_{CAP}\left(\sum_j F_{CAP,j} - FF_{CAP}\right) + p^f_{LAB}\left(\sum_j F_{LAB,j} - FF_{LAB}\right) = 0.$$

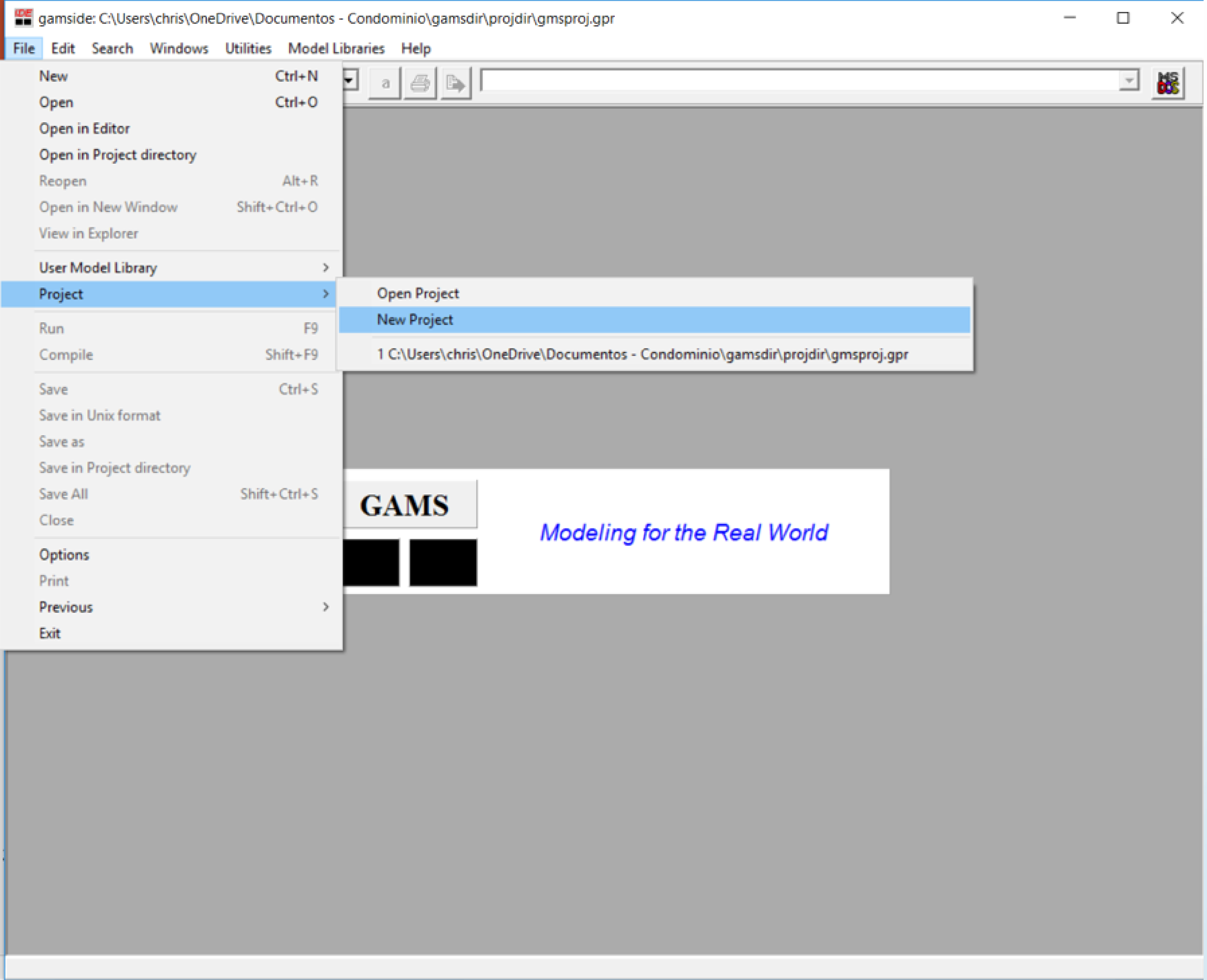
Quando os mercados de pão, leite e capital estão em equilíbrio (isto é, os três primeiros termos do lado esquerdo são zero), a lei de Walras implica que o mercado de trabalho também está em equilíbrio (isto é, o quarto termo é zero).

Sistema de Equações do Modelo

- Em termos matemáticos, o número de equações é igual ao número de funções individuais de excesso de demanda, que por sua vez é igual ao número de preços a serem resolvidos.
- Pela lei de Walras, se “todos menos um” dos excessos de demanda for zero, então o último excesso de demanda tem, necessariamente, que ser igual a zero também.
- Isto significa que existe uma equação redundante e podemos normalizar um dos preços ou uma combinação de todos os preços.
- **Na prática, isso significa que apenas os preços relativos são determinados, mas não o nível de preços absoluto da economia.**

GAMS-IDE

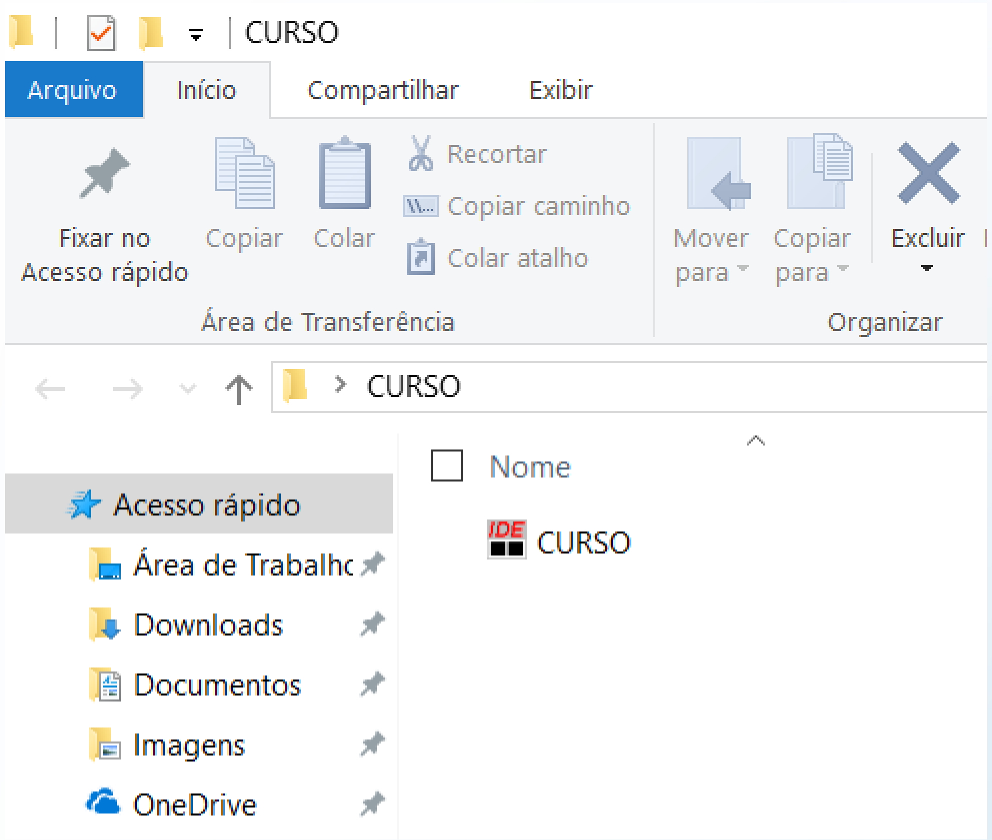
- General Algebraic Modeling System (GAMS) - Integrated Development Environment (IDE)
- Sistema de modelagem de alto nível para programação e otimização matemática
- O programa funciona em duas etapas:
  - Primeiro faz-se uma edição de um “input file”
  - Depois o programa faz uma compilação do arquivo e envia ele para a central computacional do GAMS, onde o problema é solucionado e envia-se um arquivo de volta.
  - A segunda etapa requer internet!



- Após instalado, crie um **projeto** e salve o diretório CURSO.
- Esse arquivo "**Projeto**" será onde todas as instruções e arquivos serão salvos.
- Recomenda-se que um novo projeto seja criado sempre que se desejar alterar o diretório de armazenamento de arquivos.
- Para facilitar a aula, ordenamos que todos criem uma pasta CURSO na área de trabalho com o projeto CURSO!
- Nesta pasta Curso irá aparecer um arquivo CURSO.gpr

#gLocalEval2020

GAMS-IDE


CURSO
Arquivo
Início
Compartilhar
Exibir
Fixar no Acesso rápido
Copiar
Colar
Recortar
Copiar caminho
Colar atalho
Área de Transferência
Mover para
Copiar para
Excluir
Organizar
CURSO
Nome
Acesso rápido
Área de Trabalhc
Downloads
Documentos
Imagens
OneDrive
CURSO

Introduzindo o GAMS

- Iremos explicar de que modo o GAMS funciona com base em nosso problema de maximização da função de utilidade da família representativa visto em nosso exemplo.
- Tínhamos um modelo com dois bens (leite e pão) e dois fatores (capital e trabalho). A economia era perfeitamente competitiva (preços perfeitamente flexíveis e os agentes eram *price takers*).
- As famílias possuíam alguma dotação de fatores, os quais eram providos às empresas em troca de remunerações. As famílias também maximizavam uma função de utilidade do tipo Cobb-Douglas respeitando sua restrição orçamentária. Essa RO igualava o dispêndio à renda.

Comportamento da Família:

- A família maximiza sua utilidade sujeita à RO da seguinte maneira:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\; UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \underbrace{\sum_i p_i^x X_i}_{\substack{\text{Valor do Consumo}\\ \text{(Dispêndio)}}} = \underbrace{\sum_h p_h^f FF_h}_{\substack{\text{Valor da Remuneração}\\ \text{(Renda)}}}$$

where:

i, j: goods (BRD, MLK),

h, k: factors (CAP, LAB),

UU: utility,

X_i: consumption of the i-th good ($X_i \geq 0$),

FF_h: endowments of the h-th factor for the household,

p_i^x: demand price of the i-th good ($p_i^x \geq 0$),

p_h^f: price of the h-th factor ($p_h^f \geq 0$),

α_i: share parameter in the utility function ($0 \leq \alpha_i \leq 1$, $\sum_i \alpha_i = 1$).

Comportamento da Família:

- A família maximiza sua utilidade sujeita à RO da seguinte maneira:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\ UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \sum_i p_i^x X_i = \sum_h p_h^f FF_h$$

- No modelo, a dotação de fatores, FF_h, os preços dos bens, p_i^x, os preços dos fatores, p_h^f, e os coeficientes de participação dos bens na função de utilidade, α_i, eram assumidos dados.
- Vimos que a solução do problema gerava a seguinte função de demanda por cada bem:

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

#gLocalEval2020

Introduzindo o GAMS

- Assim, resolver o problema:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\ UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \sum_i p_i^x X_i = \sum_h p_h^f FF_h$$

- Equivale a resolver o seguinte sistema de equações simultâneas:

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

- Aqui, vamos mostrar como resolver numericamente esse problema de maximização da utilidade expresso como o sistema de equações simultâneas acima.

Introduzindo o GAMS

- Iremos usar o solucionador CONOPT do GAMS.
- Este solver é um algoritmo que foi desenvolvido para resolver problemas de **programação não-linear**;
- Entretanto, ele não é capaz de resolver diretamente um **sistema de equações simultâneas** como o descrito pelas equações X_i.
- Vamos contornar isso adicionando uma **restrição fictícia** ao problema de maximização original.
- Ao utilizar as equações como restrições no modelo original, reformulamos o **sistema de equações simultâneas** de modo que o mesmo se torne um **problema de programação não-linear**.
- Vejamos a consistência disso.

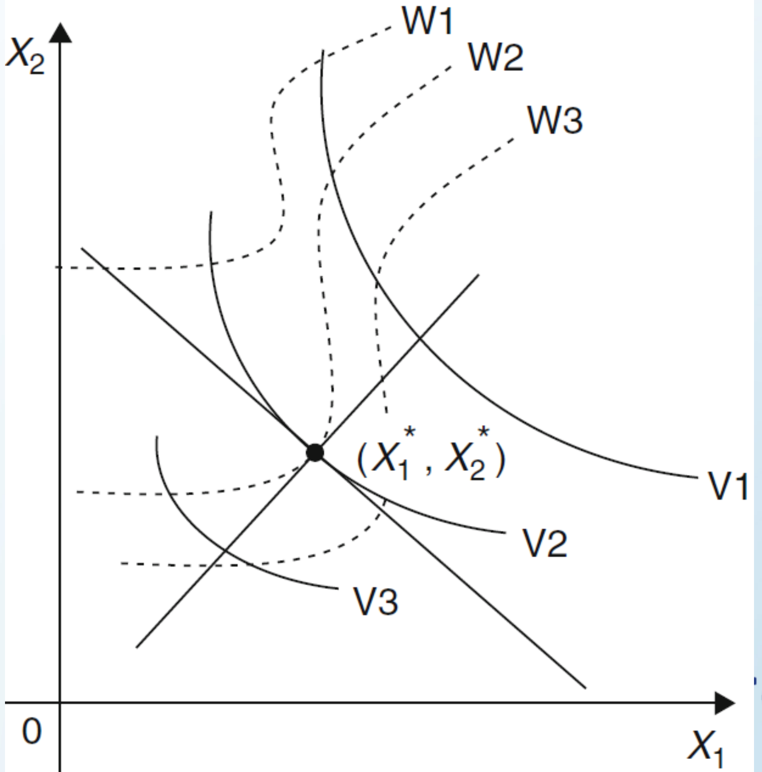
#gLocalEval2020

Introduzindo o GAMS

- Suponha que este sistema de equações simultâneas seja composto de duas equações lineares:

$$\sum_i a_{i,j} X_i = b_j \quad i,j = 1,2$$

- Suponha que os valores que satisfazem cada uma dessas equações podem ser expressos em uma reta, perfazendo **duas retas** no total. Essas retas são mostradas na figura a seguir.



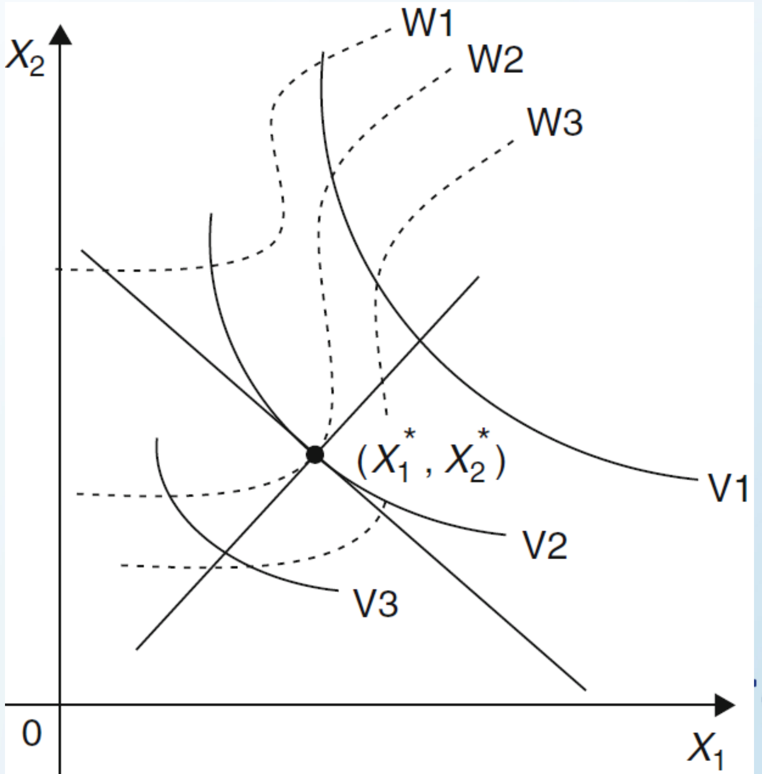
Introduzindo o GAMS

- Suponha que este sistema de equações simultâneas seja composto de duas equações lineares:

$$\sum_i a_{i,j} X_i = b_j \quad i,j = 1,2$$

- Suponha que os valores que satisfazem cada uma dessas equações podem ser expressos em uma reta, perfazendo **duas retas** no total. Essas retas são mostradas na figura a seguir.

$$a_{1,1}X_1 + a_{2,1}X_2 = b_1$$
$$a_{1,2}X_1 + a_{2,2}X_2 = b_2$$

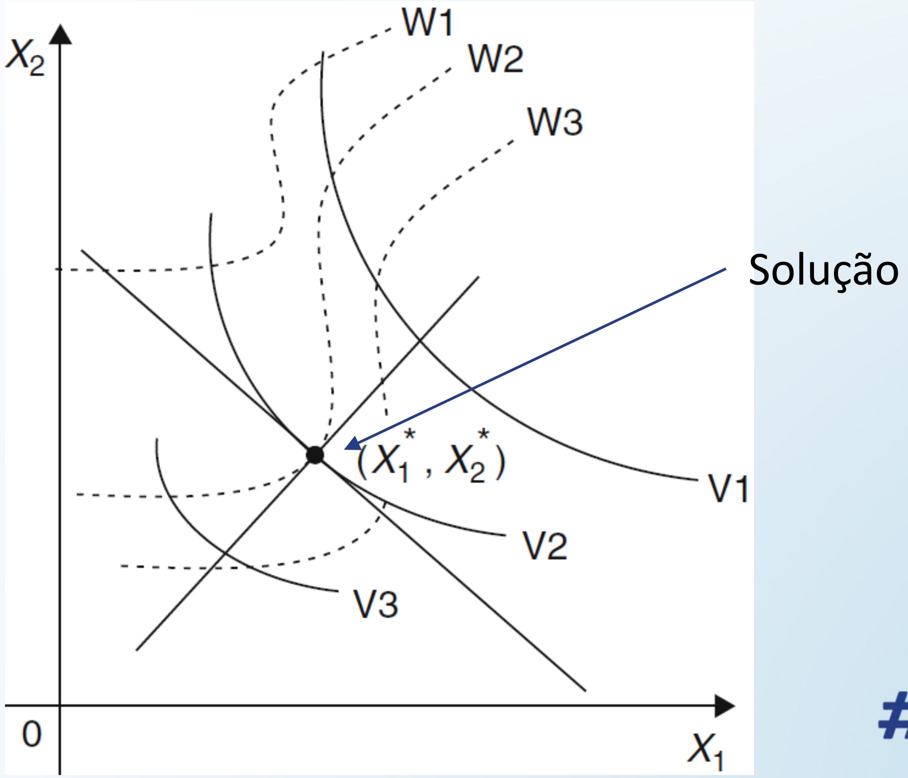


Introduzindo o GAMS

- Suponha que este sistema de equações simultâneas seja composto de duas equações lineares:

$$\sum_i a_{i,j} X_i = b_j \quad i, j = 1, 2$$

- Suponha que os valores que satisfazem cada uma dessas equações podem ser expressos em uma reta, perfazendo **duas retas** no total. Essas retas são mostradas na figura a seguir.



Introduzindo o GAMS

- Em vez de resolver este sistema da maneira indicada acima, nós alternativamente elaboramos o seguinte setup para o problema de otimização:

$$\underset{X_1, X_2}{\text{maximize}} \quad Y(X_1, X_2) \qquad \text{s.t.} \qquad \sum_i a_{i,j} X_i = b_j \quad \forall j$$

- Assumindo que o sistema de equações simultâneas originais tem uma **solução única** (do contrário, o modelo poderia ter múltiplos equilíbrios), o conjunto de viabilidade deste problema de otimização é dado unicamente pelo ponto (X_1^*, X_2^*), que só depende das restrições dadas.
- Como este ponto é único, para qualquer função objetivo Y (Max ou Min), a solução não pode ser diferente do ponto viável (X_1^*, X_2^*).
- Isto justifica a nossa reformulação do sistema modelo CGE.

#gLocalEval2020

Introduzindo o GAMS

- Assim, ao formular o problema:

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\; UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

- Estamos basicamente incorporando restrições (formadas pelas equações simultâneas) à função objetivo.

- A solução numérica requer que sejam atribuídos valores aos parâmetros e variáveis exógenas.

Introduzindo o GAMS

Vamos supor que temos os seguintes parâmetros:

Parâmetros de preferências:	$\alpha_{BRD} = 0.2$	$\alpha_{MLK} = 0.8$
Preços dos bens:	$p^x_{BRD} = 1$	$p^x_{MLK} = 2$
Preço dos fatores:	$p^f_{CAP} = 2$	$p^f_{LAB} = 1$
Parâmetros de dotações	$FF_{CAP} = 10$	$FF_{LAB} = 20$

Introduzindo o GAMS

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\ UU = \prod_i X_i^{\alpha_i}$$

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

- O problema torna-se, portanto:

$$\max_{X_{BRD}, X_{MLK}} X_{BRD}^{0.2} X_{MLK}^{0.8}$$

s.t

$$X_{BRD} \leq \frac{0.2}{1}(2 \times 10 + 1 \times 20) = 8$$

$$X_{MLK} \leq \frac{0.8}{2}(2 \times 10 + 1 \times 20) = 16$$

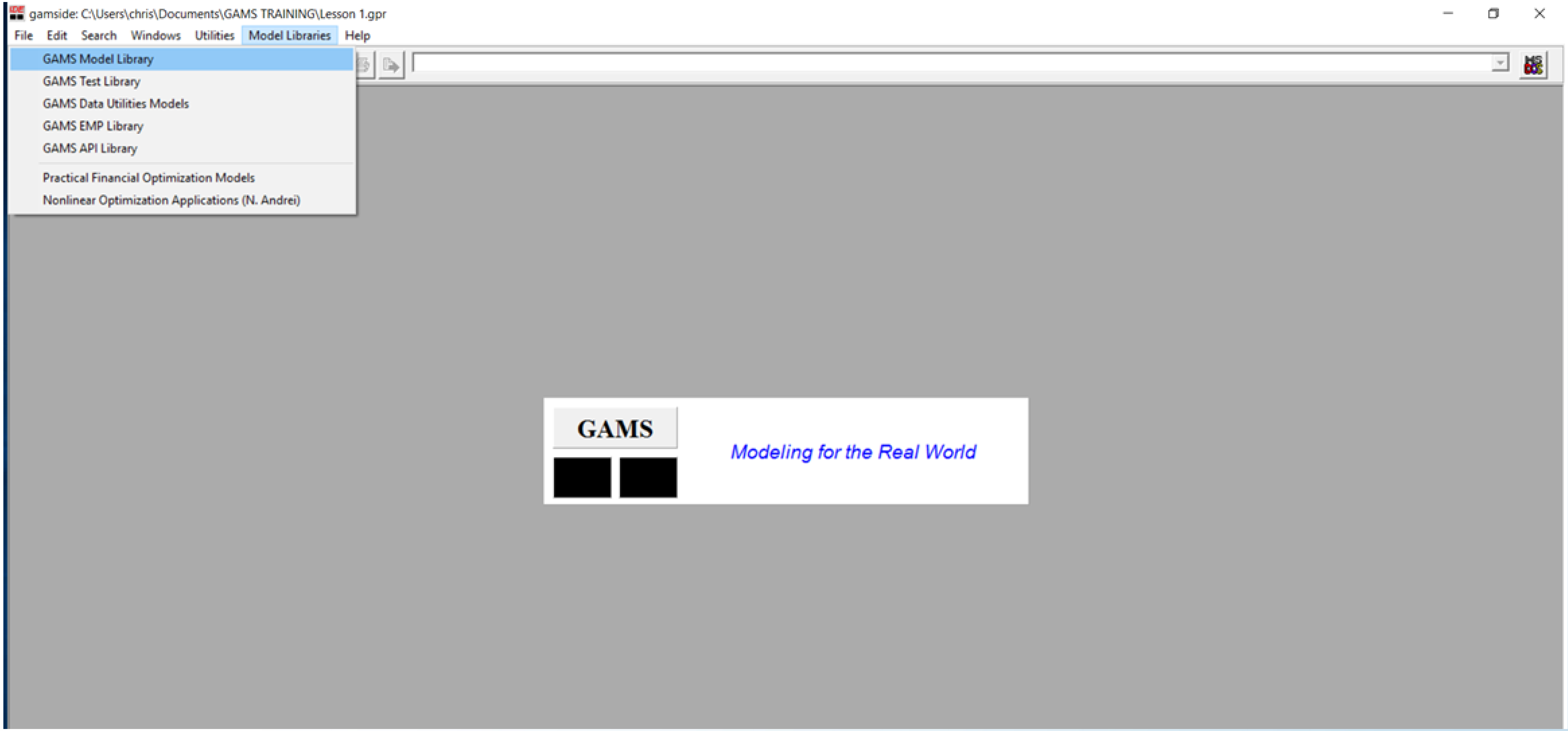
Parâmetros de preferências:	$\alpha_{BRD} = 0.2$	$\alpha_{MLK} = 0.8$
Preços dos bens:	$p_{BRD}^x = 1$	$p_{MLK}^x = 2$
Preço dos fatores:	$p_{CAP}^f = 2$	$p_{LAB}^f = 1$
Parâmetros de dotações	$FF_{CAP} = 10$	$FF_{LAB} = 20$

Introduzindo o GAMS

- Manual do GAMS

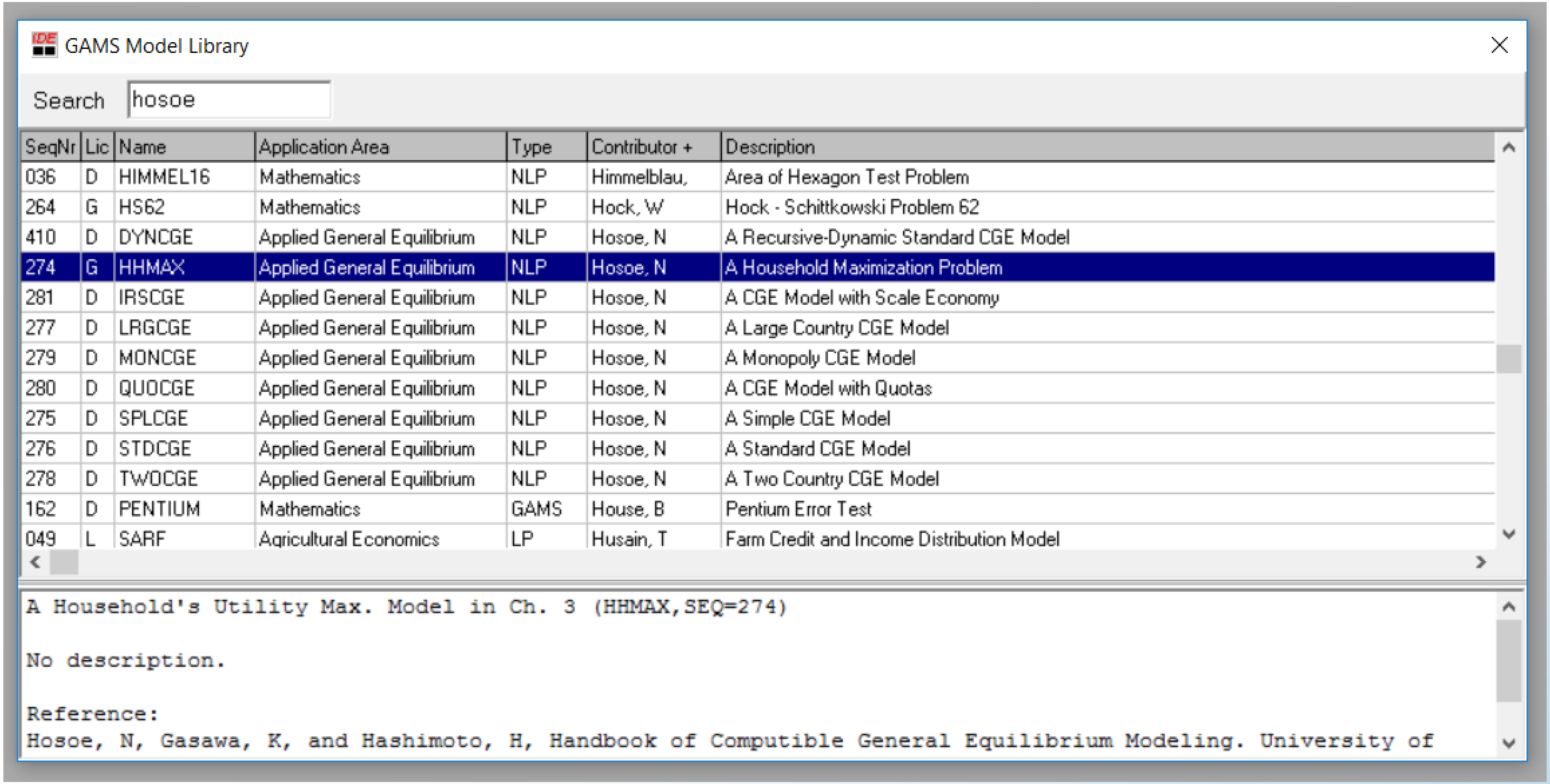
- Veremos como o Software GAMS resolve esse problema...

- Os procedimentos padrão de computação GAMS são os seguintes:
  - (1) Prepare um arquivo de inputs para o modelo usando o editor do software.
  - (2) Resolva o modelo com o GAMS.
  - (3) Interprete o resultado gerado no arquivo de output do GAMS.



- Na aba “Model Library” selecione “GAMS Model Library”

#gLocalEval2020



- Na pesquisa digite Hosoe e procure o exemplo “HHMAX”

#gLocalEval2020

C:\Users\chris\Documents\GAMS TRAINING\hhmax.gms

hhmax.gms

```
$ Title A Household's Utility Max. Model in Ch. 3 (HHMAX,SEQ=274)

$Ontext
No description.


Hosoe, N, Gasawa, K, and Hashimoto, H
Handbook of Computible General Equilibrium Modeling
University of Tokyo Press, Tokyo, Japan, 2004
$Offtext


* Definition of the Index Sets ------------------------------------
Set      i        goods                     /BRD     bread,
                                             MLK     milk/
         h        factors                   /CAP     capital,
                                             LAB     labor/;

* Definition of Parameters ----------------------------------------
Parameter         alpha(i)        share parameter in utility function
                  /BRD    0.2
                   MLK    0.8/;

Parameter         px(i)           price of the i-th good
                  /BRD    1
                   MLK    2/;
```

Input file

gLocalEval2020

Sintaxe

Sintaxe

```
* Definition of the Index Sets -------------------------------------
Set      i        goods                /BRD     bread,
                                        MLK     milk/

         h        factors              /CAP     capital,
                                        LAB     labor/;

* Definition of Parameters ------------------------------------------
Parameter         alpha(i)          share parameter in utility function
                  /BRD    0.2
                   MLK    0.8/;

Parameter         px(i)             price of the i-th good
                  /BRD    1
                   MLK    2/;

Parameter         pf(h)             price of the h-th factor
                  /CAP     2
                   LAB     1/;

Parameter         FF(h)             factor endowment
                  /CAP     10
                   LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables -------------------------------
Positive Variable X(i)              consumption of the i-th good
;
Variable          UU                utility
;
Equation          eqX(i)            household demand function
                  obj               utility function
;
* Specification of Equations ----------------------------------------

eqX(i)..          X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..             UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

- (1) Declaração e definição de símbolos
- Conjuntos: (Set)
- Constantes (Scalar, Parameter, Table)
- Variáveis endógenas (Variable, Positive Variable, Negative Variable)
- Restrições / função objetivo (Equation)

#gLocalEval2020

```
                /BRD    0.2
                 MLK    0.8/;

Parameter       px(i)           price of the i-th good
                /BRD    1
                 MLK    2/;

Parameter       pf(h)           price of the h-th factor
                /CAP     2
                 LAB     1/;

Parameter       FF(h)           factor endowment
                /CAP     10
                 LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables ------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable        UU              utility
;
Equation        eqX(i)          household demand function
                obj             utility function
;
* Specification of Equations ---------------------------------------

eqX(i)..        X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..           UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model -----------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ------------------------------------------------------------------
* end of model ----------------------------------------------------
* ------------------------------------------------------------------
```

Sintaxe

- (2) Especificação das equações *(equation-name ..)*
- (3) Declaração do nome do modelo e definição das equações do modelo *(Model model-name / all /;)*
- (4) Declaração para resolver o modelo *(Solve model-name maximizing objetive-variable-name using NLP;)*

#gLocalEval2020

```
* Definition of the Index Sets ----------------------------------------
Set       i        goods                  /BRD     bread,
                                           MLK     milk/

          h        factors                /CAP     capital,
                                           LAB     labor/;

* Definition of Parameters ----------------------------------------
Parameter          alpha(i)          share parameter in utility function
                   /BRD   0.2
                    MLK   0.8/;

Parameter          px(i)             price of the i-th good
                   /BRD    1
                    MLK   2/;

Parameter          pf(h)             price of the h-th factor
                   /CAP     2
                    LAB     1/;

Parameter          FF(h)             factor endowment
                   /CAP     10
                    LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)               consumption of the i-th good
;
Variable           UU                utility
;
Equation           eqX(i)            household demand function
                   obj               utility function
;
* Specification of Equations ------------------------------------------

eqX(i)..           X(i)        =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..              UU          =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

Sintaxe

- (1) Símbolos só podem ser usados se tiverem sido declarados anteriormente no arquivo de input. Por exemplo, não podemos usar X_i antes de declarar o sufixo i para indicar um determinado item, como um bem.
- No GAMS, o índice i deve ser declarado primeiro, para, somente depois, ser usado na definição de X_i.
- Esta regra torna a ordem das declarações importante.

#gLocalEval2020

```
                  /BRD    0.2
                   MLK    0.8/;

Parameter         px(i)            price of the i-th good
                  /BRD    1
                   MLK    2/;

Parameter         pf(h)            price of the h-th factor
                  /CAP     2
                   LAB     1/;

Parameter         FF(h)            factor endowment
                  /CAP     10
                   LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)             consumption of the i-th good
;
Variable          UU               utility
;
Equation          eqX(i)           household demand function
                  obj              utility function
;
* Specification of Equations -------------------------------------------

eqX(i)..          X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..             UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model ---------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ----------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
*  ---------------------------------------------------------------------
* end of model ---------------------------------------------------------
*  ---------------------------------------------------------------------
```

Sintaxe

- (2) Quaisquer letras alfabéticas, números e "_" (sublinhado) podem ser usados como símbolos (incluindo índices, constantes, nomes de equações, nomes de modelos, etc.) com algumas exceções.
- As exceções são as seguintes:
  - i) os símbolos só podem começar com letras alfabéticas.
  - ii) os símbolos não devem ter mais de 63 caracteres.
  - iii) um símbolo só pode ter uma definição.
  - iv) há algumas palavras-chave reservadas no GAMS que não podem ser usadas, por exemplo, "EPS" significa "$\rightarrow 0$".
  - v) letras gregas como α e β não são aceitas pelo GAMS. Nos códigos é usual que se escreva as mesmas em inglês.

#gLocalEval2020

```
               /BRD    0.2
                MLK    0.8/;

Parameter      px(i)          price of the i-th good
               /BRD    1
                MLK    2/;

Parameter      pf(h)          price of the h-th factor
               /CAP     2
                LAB     1/;

Parameter      FF(h)          factor endowment
               /CAP     10
                LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables -----------------------------------
Positive Variable X(i)        consumption of the i-th good
;
Variable       UU             utility
;
Equation       eqX(i)         household demand function
               obj            utility function
;
* Specification of Equations ---------------------------------------------

eqX(i)..       X(i)    =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..          UU      =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model ---------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ----------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ----------------------------------------------------------------------
* end of model ---------------------------------------------------------
* ----------------------------------------------------------------------
```

Sintaxe

- (3) O mesmo símbolo não pode ser distinguido pelo GAMS, mesmo que tenha índices diferentes.
- Por exemplo, embora possamos distinguir x_i de $x_{i,j}$, o GAMS requer que seja declarado um símbolo diferente, como $y_{i,j}$, em vez de $x_{i,j}$.
- Além disso, sobrescritos e subscritos não podem ser utilizados no GAMS;
- Os índices devem ser expressos entre parênteses, por exemplo: x_i deve ser escrito como x(i).

#gLocalEval2020

Sintaxe

```
* Definition of the Index Sets ---------------------------------------
Set      i       goods                    /BRD     bread,
                                           MLK     milk/
         h       factors                  /CAP     capital,
                                           LAB     labor/;

* Definition of Parameters -------------------------------------------
Parameter        alpha(i)          share parameter in utility function
                 /BRD    0.2
                  MLK    0.8/;

Parameter        px(i)             price of the i-th good
                 /BRD    1
                  MLK    2/;

Parameter        pf(h)             price of the h-th factor
                 /CAP     2
                  LAB     1/;

Parameter        FF(h)             factor endowment
                 /CAP     10
                  LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables --------------------------------
Positive Variable X(i)             consumption of the i-th good
;
Variable         UU                utility
;
Equation         eqX(i)            household demand function
                 obj               utility function
;
* Specification of Equations -----------------------------------------

eqX(i)..         X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..            UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

- (4) Símbolos são insensíveis a maiúsculas e minúsculas.
- Enquanto I é distinguido de i em expressões matemáticas, I e i podem ser usados de forma equivalente no GAMS.
- O GAMS não distingue entre as formas singular e plural das diretivas. Por exemplo, tanto 'Parameter' quanto 'Parameters' são reconhecidos pelo GAMS como uma diretiva para declarar constantes.

#gLocalEval2020

Sintaxe

```
* Definition of the Index Sets ------------------------------------
Set       i        goods                    /BRD     bread,
                                             MLK     milk/

          h        factors                  /CAP     capital,
                                             LAB     labor/;

* Definition of Parameters ----------------------------------------
Parameter          alpha(i)          share parameter in utility function
                   /BRD   0.2
                    MLK   0.8/;

Parameter          px(i)             price of the i-th good
                   /BRD   1
                    MLK   2/;

Parameter          pf(h)             price of the h-th factor
                   /CAP    2
                    LAB    1/;

Parameter          FF(h)             factor endowment
                   /CAP    10
                    LAB    20/;

* Definition of Primal/Dual Variables -----------------------------
Positive Variable X(i)               consumption of the i-th good
;
Variable           UU                utility
;
Equation           eqX(i)            household demand function
                   obj               utility function
;
* Specification of Equations ---------------------------------------

eqX(i)..           X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..              UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

- (5) Os nomes de equações devem ser declarados, e
- Cada nome deve ser atribuído a cada equação (por exemplo, constrains e objective function).

Sintaxe

```
* Definition of the Index Sets ---------------------------------------
Set      i          goods                  /BRD     bread,
                                            MLK     milk/
         h          factors                /CAP     capital,
                                            LAB     labor/;

* Definition of Parameters -------------------------------------------
Parameter           alpha(i)        share parameter in utility function
                    /BRD   0.2
                     MLK   0.8/;

Parameter           px(i)           price of the i-th good
                    /BRD   1
                     MLK   2/;

Parameter           pf(h)           price of the h-th factor
                    /CAP    2
                     LAB    1/;

Parameter           FF(h)           factor endowment
                    /CAP    10
                     LAB    20/;

* Definition of Primal/Dual Variables --------------------------------
Positive Variable X(i)              consumption of the i-th good
;
Variable            UU              utility
;
Equation            eqX(i)          household demand function
                    obj             utility function
;
* Specification of Equations -----------------------------------------

eqX(i)..            X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..               UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

- (6) Espaçamento de elementos em uma linha ou divisão de uma linha em várias linhas é flexível, mas é bom ter bom senso para não gerar confusão.
- No caso das matrizes, no entanto, os rótulos e valores das colunas e fileiras devem ser colocados adequadamente para evitar confusão.
- Quando se cria uma nova linha, é sempre preciso utilizar o ENTER.

#gLocalEval2020

Sintaxe

```
* Definition of the Index Sets -----------------------------------
Set       i        goods                     /BRD     bread,
                                              MLK     milk/

          h        factors                   /CAP     capital,
                                              LAB     labor/;

* Definition of Parameters ---------------------------------------
Parameter          alpha(i)         share parameter in utility function
                   /BRD    0.2
                    MLK    0.8/;

Parameter          px(i)            price of the i-th good
                   /BRD    1
                    MLK    2/;

Parameter          pf(h)            price of the h-th factor
                   /CAP     2
                    LAB     1/;

Parameter          FF(h)            factor endowment
                   /CAP     10
                    LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables -----------------------------
Positive Variable X(i)              consumption of the i-th good
;
Variable           UU               utility
;
Equation           eqX(i)           household demand function
                   obj              utility function
;
* Specification of Equations --------------------------------------

eqX(i)..           X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..              UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

- (7) Todas as declarações devem terminar com um ponto-e-vírgula ';'.

```
* Definition of the Index Sets ------------------------------------
Set       i         goods                   /BRD     bread,
                                             MLK     milk/

          h         factors                 /CAP     capital,
                                             LAB     labor/;

* Definition of Parameters ----------------------------------------
Parameter           alpha(i)         share parameter in utility function
                    /BRD    0.2
                     MLK    0.8/;

Parameter           px(i)            price of the i-th good
                    /BRD    1
                     MLK    2/;

Parameter           pf(h)            price of the h-th factor
                    /CAP     2
                     LAB     1/;

Parameter           FF(h)            factor endowment
                    /CAP     10
                     LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables -----------------------------
Positive Variable X(i)               consumption of the i-th good
;
Variable            UU               utility
;
Equation            eqX(i)           household demand function
                    obj              utility function
;
* Specification of Equations --------------------------------------

eqX(i)..            X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..               UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

Sintaxe

- (8) Vários símbolos podem ser declarados numa mesma diretiva (índices, constantes, equações e modelos).
- Neste caso, temos de usar “ , ” ou “ / “ como um delimitador entre eles.

#gLocalEval2020

```
* Definition of the Index Sets ---------------------------------------
Set        i        goods                        /BRD     bread,
                                                  MLK     milk/
           h        factors                      /CAP     capital,
                                                  LAB     labor/;

* Definition of Parameters ------------------------------------------
Parameter          alpha(i)         share parameter in utility function
                   /BRD    0.2
                    MLK    0.8/;

Parameter          px(i)            price of the i-th good
                   /BRD    1
                    MLK    2/;

Parameter          pf(h)            price of the h-th factor
                   /CAP     2
                    LAB     1/;

Parameter          FF(h)            factor endowment
                   /CAP     10
                    LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables --------------------------------
Positive Variable X(i)              consumption of the i-th good
;
Variable           UU               utility
;
Equation           eqX(i)           household demand function
                   obj              utility function
;
* Specification of Equations -----------------------------------------

eqX(i)..           X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..              UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

Sintaxe

- (9) As linhas que começam com um asterisco '*' são reconhecidas como “memorandos” pelo GAMS; Assim, eles não são incluídas em qualquer computação.
- O uso de memorandos é altamente recomendado para que os significados de símbolos, equações, etc, possa ser lembrado mais tarde ou compartilhado com outras pessoas facilmente.

```
* Definition of the Index Sets -------------------------------------------
Set      i       goods                        /BRD      bread,
                                               MLK      milk/
         h       factors                      /CAP      capital,
                                               LAB      labor/;

* Definition of Parameters -----------------------------------------------
Parameter        alpha(i)         share parameter in utility function
                 /BRD    0.2
                  MLK    0.8/;

Parameter        px(i)            price of the i-th good
                 /BRD    1
                  MLK    2/;

Parameter        pf(h)            price of the h-th factor
                 /CAP     2
                  LAB     1/;

Parameter        FF(h)            factor endowment
                 /CAP     10
                  LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables ------------------------------------
Positive Variable X(i)            consumption of the i-th good
;
Variable         UU               utility
;
Equation         eqX(i)           household demand function
                 obj              utility function
;
* Specification of Equations ---------------------------------------------

eqX(i)..         X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..            UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

Syntax of the `Set` *directive*

```
Set    name-of-set-1  [memo]  /element-a   [memo],
                               element-b   [memo],
                               ...                /
       name-of-set-2  [memo]  /element-g   [memo],
                               element-h   [memo],
                               ...                /;
```

[ ] opcional

#gLocalEval2020

```
* Definition of the Index Sets ------------------------------------
Set       i        goods                    /BRD     bread,
                                             MLK     milk/
          h        factors                  /CAP     capital,
                                             LAB     labor/;

* Definition of Parameters ------------------------------------------
Parameter          alpha(i)        share parameter in utility function
                   /BRD    0.2
                    MLK    0.8/;

Parameter          px(i)           price of the i-th good
                   /BRD    1
                    MLK    2/;

Parameter          pf(h)           price of the h-th factor
                   /CAP     2
                    LAB     1/;

Parameter          FF(h)           factor endowment
                   /CAP     10
                    LAB     20/;

* Definition of Primal/Dual Variables ------------------------------
Positive Variable X(i)             consumption of the i-th good
;
Variable           UU              utility
;
Equation           eqX(i)          household demand function
                   obj             utility function
;
* Specification of Equations ---------------------------------------

eqX(i)..           X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..              UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

Table 3.1 Mathematical expressions and GAMS syntax (1): constants

Mathematical expression	**GAMS syntax**	
x	`Scalar`	`x`
x_i	`Parameter`	`x(i)`
$x_{i,j}$	`Table`	`x(i,j)`

#gLocalEval2020

Sintaxe

Syntax of the `Scalar` *directive*

```
Scalar  name-of-constant-1 [memo] /value-of-constant-1/;
```

Syntax of the `Parameter` *directive*

```
Parameter    name-of-constant-2(index-1)   [memo]
             /element-a      value-a
             element-b       value-b
             ...                   /;
```

Syntax of the `Table` *directive*

```
Table      name-of-constant-3(index-1, index-2)  [memo]
             element-g    element-h    ...
element-a    value-ag     value-ah     ...
element-b    value-bg     value-bh     ...
...
;
```

h = linhas

```
*Exemplo de scalar and tables:


scalar   a   the slope coefficient   /2/;

* Também poderíamos escrever sem memos...

scalar a /2/;



*  Para  tables...

Table beta(h,j) share parameter in production function
        BRD      MLK
CAP     0.3      0.6
LAB     0.7      0.4
;

* Esses valores não são do nosso exemplo!
```

j = colunas

Sintaxe

Syntax of the `Table` *directive*

```
Table       name-of-constant-3(index-1, index-2) [memo]
                  element-g    element-h    ...
element-a   value-ag     value-ah     ...
element-b   value-bg     value-bh     ...
...
;
```

Dica: use “TAB” para os espaços

```
*  Para  tables...

Table beta(h,j) share parameter in production function
         BRD     MLK
CAP      0.3     0.6
LAB      0.7     0.4
;

* Esses valores não são do nosso exemplo!
```

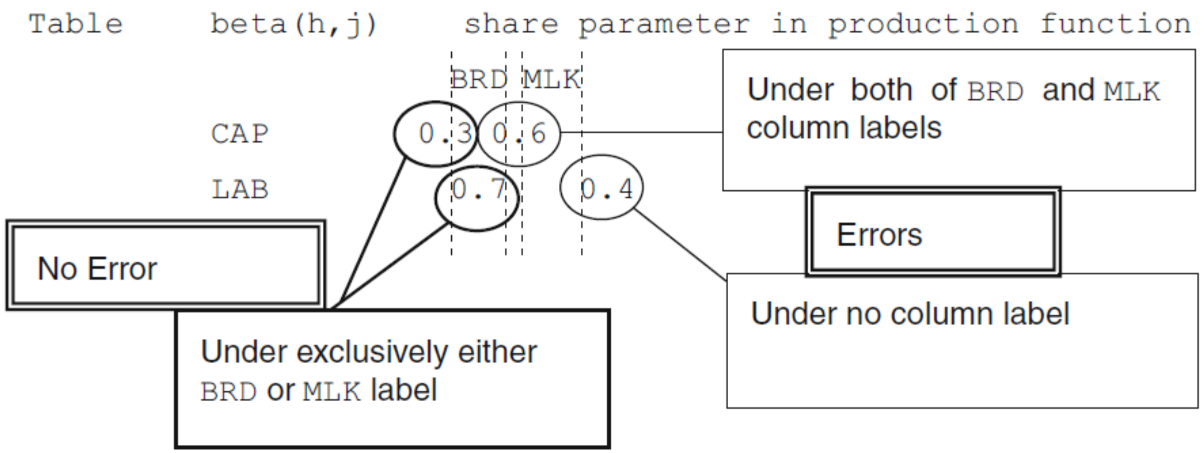


Table 3.2 Mathematical expressions and GAMS syntax (2): endogenous variables

Mathematical expression		GAMS syntax
$x \geq 0$	nonnegative	`Positive Variable x`
$x \leq 0$	nonpositive	`Negative Variable x`
x	free	`Variable x`

```
* Definition of Primal/Dual Variables ----------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable          UU            utility
;
Equation          eqX(i)        household demand function
                  obj           utility function
;
* Specification of Equations -------------------------------------------

eqX(i)..          X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..             UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* --------------------------------------------------------------------
* end of model -------------------------------------------------------
* --------------------------------------------------------------------
```

Syntax of the `Positive Variable` *directive*

```
Positive Variable   name-of-endogenous-variable-1  [memo]
                    name-of-endogenous-variable-2  [memo]
                    ...                                 ;
```

Sintaxe

#gLocalEval2020

Table 3.2 Mathematical expressions and GAMS syntax (2): endogenous variables

Mathematical expression		GAMS syntax
$x \geq 0$	nonnegative	`Positive Variable x`
$x \leq 0$	nonpositive	`Negative Variable x`
x	free	`Variable x`

```
* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable        UU              utility
;
Equation        eqX(i)          household demand function
                obj             utility function
;
* Specification of Equations ------------------------------------------

eqX(i)..        X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..           UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* -------------------------------------------------------------------
* end of model ------------------------------------------------------
* -------------------------------------------------------------------
```

O GAMS requer que a variável objetivo seja sempre free; Assim, a variável objetivo deve sempre ser declarada como "Variable"

Sintaxe

#gLocalEval2020

```
* Definition of Primal/Dual Variables --------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable        UU              utility
;
Equation        eqX(i)          household demand function
                obj             utility function
;
* Specification of Equations ------------------------------------------

eqX(i)..        X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..           UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ---------------------------------------------------------------------
* end of model --------------------------------------------------------
* ---------------------------------------------------------------------
```

O GAMS requer que se identifique as equações do modelo

Para depois especificá-las

Sintaxe

#gLocalEval2020

```
* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable          UU            utility
;
Equation          eqX(i)        household demand function
                  obj           utility function
;
* Specification of Equations -----------------------------------------

eqX(i)..          X(i)      =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..             UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
```

O GAMS requer que se identifique as equações do modelo

Para depois especificá-las

Mathematical expressions		GAMS syntax
$\geq, \leq, =, \neq$	inequalities and equality	`=g=, =l=, =e=, =n=`
$\sum_i x_i, \prod_i x_i$	summation and product	`sum(i, x(i)), prod(i, x(i))`
x^n	power	`x**n`
$+, -, *, /$	arithmetic operators	`+, -, *, /`

Note: See Chapter 6 of Brooke et al., *GAMS – A User's Guide* (2008) for other symbols.

Essa notação só é utilizada em restrições e funções objetivo, do contrário, usa-se "="

Sintaxe

Sintaxe

```
* Definition of Primal/Dual Variables --------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable         UU             utility
;
Equation         eqX(i)         household demand function
                 obj            utility function
;
* Specification of Equations -----------------------------------------

eqX(i)..         X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..            UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model -------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model --------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ------------------------------------------------------------------
```

Table 3.4 Mathematical expressions and GAMS syntax (4): endogenous variables

Mathematical expression	GAMS syntax
$x \geq n,\ x \leq n$	`x.lo=n, x.up=n`
To fix an endogenous variable x at n	`x.fx=n`
To set the LEVEL value of an endogenous variable x at n	`x.l=n`

Note que o index fica depois de “lo”. Isso garante que o limite inferior vai valer para todo i

#gLocalEval2020

Sintaxe

```
* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)          consumption of the i-th good
;
Variable          UU            utility
;
Equation          eqX(i)        household demand function
                  obj           utility function
;
* Specification of Equations ------------------------------------------

eqX(i)..          X(i)       =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
obj..             UU         =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* -------------------------------------------------------------------
* end of model -------------------------------------------------------
* -------------------------------------------------------------------
```

Syntax of the `Model` *directive*

<To include all the equations defined before this statement >

`Model` *`model-name`* `/all/;`

<To include selected equations declared before this statement>

`Model` *`model-name`* `/`*`equation-1, equation-2, ...`*`/;`

Note que, no segundo caso, não é necessário declarar os índices das equações

```
* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /eqX, obj/;
```

Sintaxe

```
* Solving the Model ---------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ---------------------------------------------------------------
* end of model --------------------------------------------------
* ---------------------------------------------------------------
```

Syntax of the `Solve` *directive*

<maximization problems>

`Solve` *`model-name`* `maximizing` *`objective-variable`* `using NLP;`

<minimization problems>

`Solve` *`model-name`* `minimizing` *`objective-variable`* `using NLP;`

Sintaxe

```
* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* ---------------------------------------------------------------------
* end of model ---------------------------------------------------------
* ---------------------------------------------------------------------
```

Syntax of the `Solve` *directive*

<maximization problems>

`Solve` *`model-name`* `maximizing` *`objective-variable`* `using NLP;`

<minimization problems>

`Solve` *`model-name`* `minimizing` *`objective-variable`* `using NLP;`

Sintaxe

```
* Solving the Model --------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* --------------------------------------------------------------------
* end of model -------------------------------------------------------
* --------------------------------------------------------------------
```

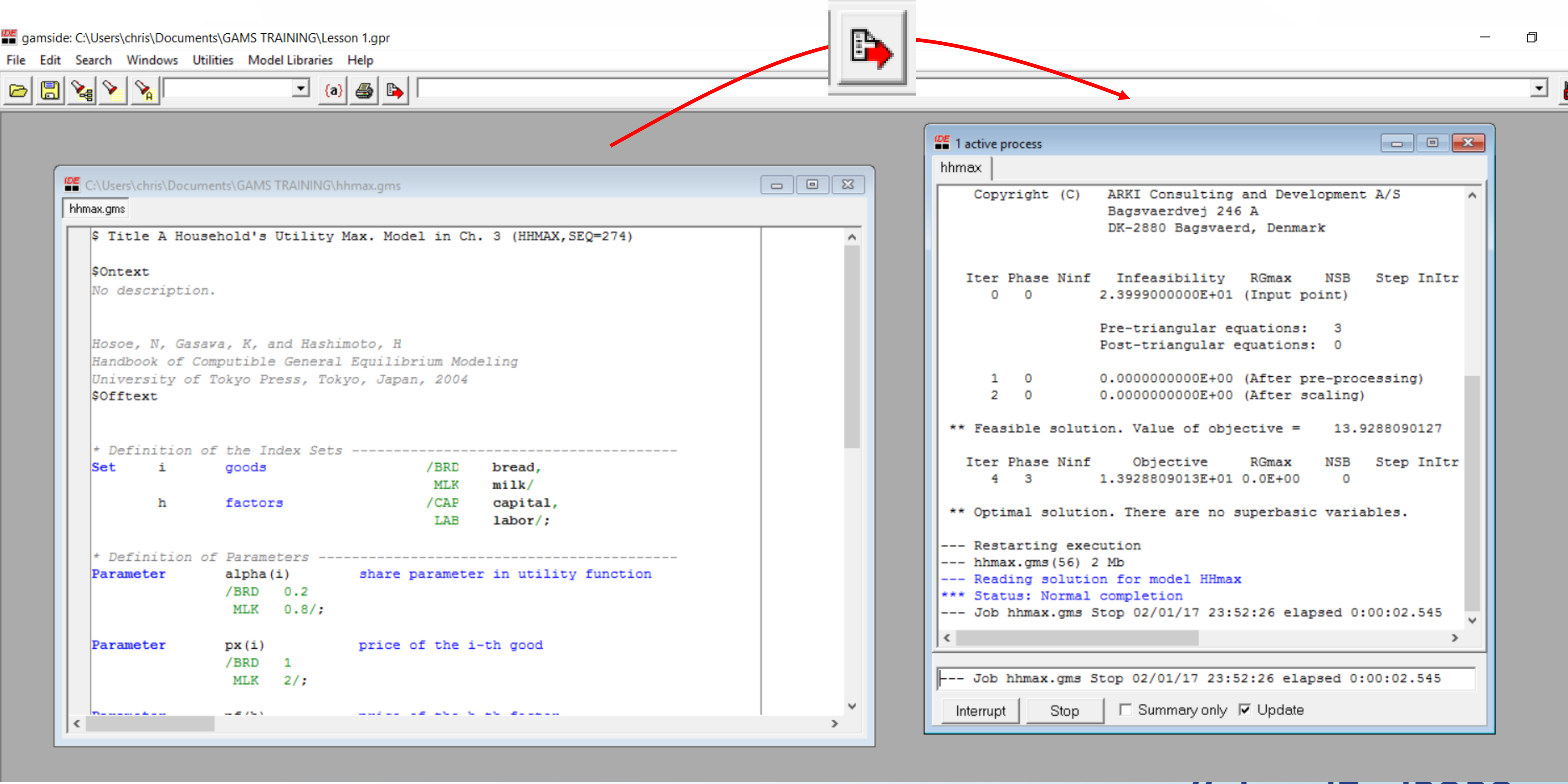
Syntax of the `Solve` *directive*

<maximization problems>

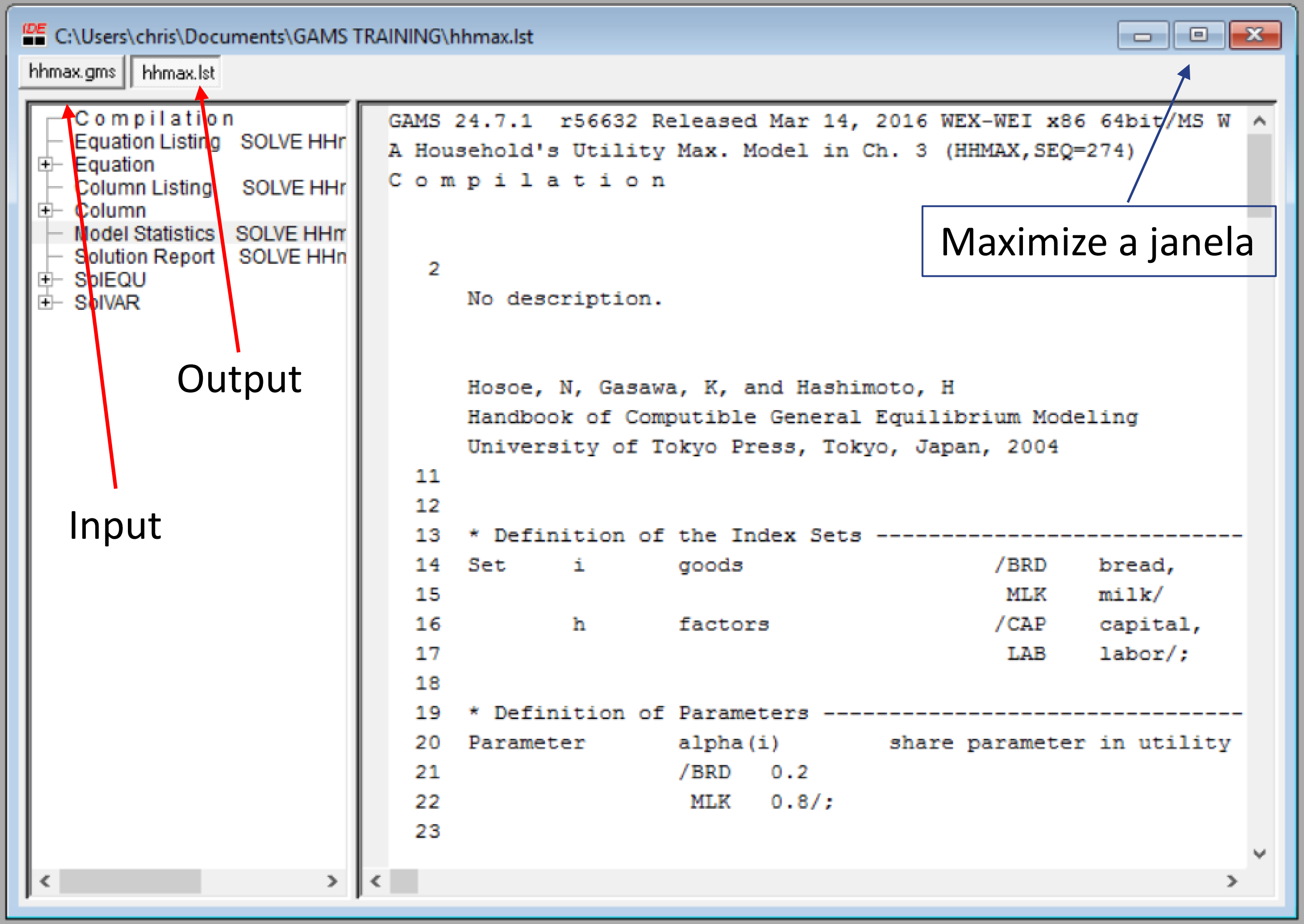
Solve *model-name* maximizing *objective-variable* using NLP;

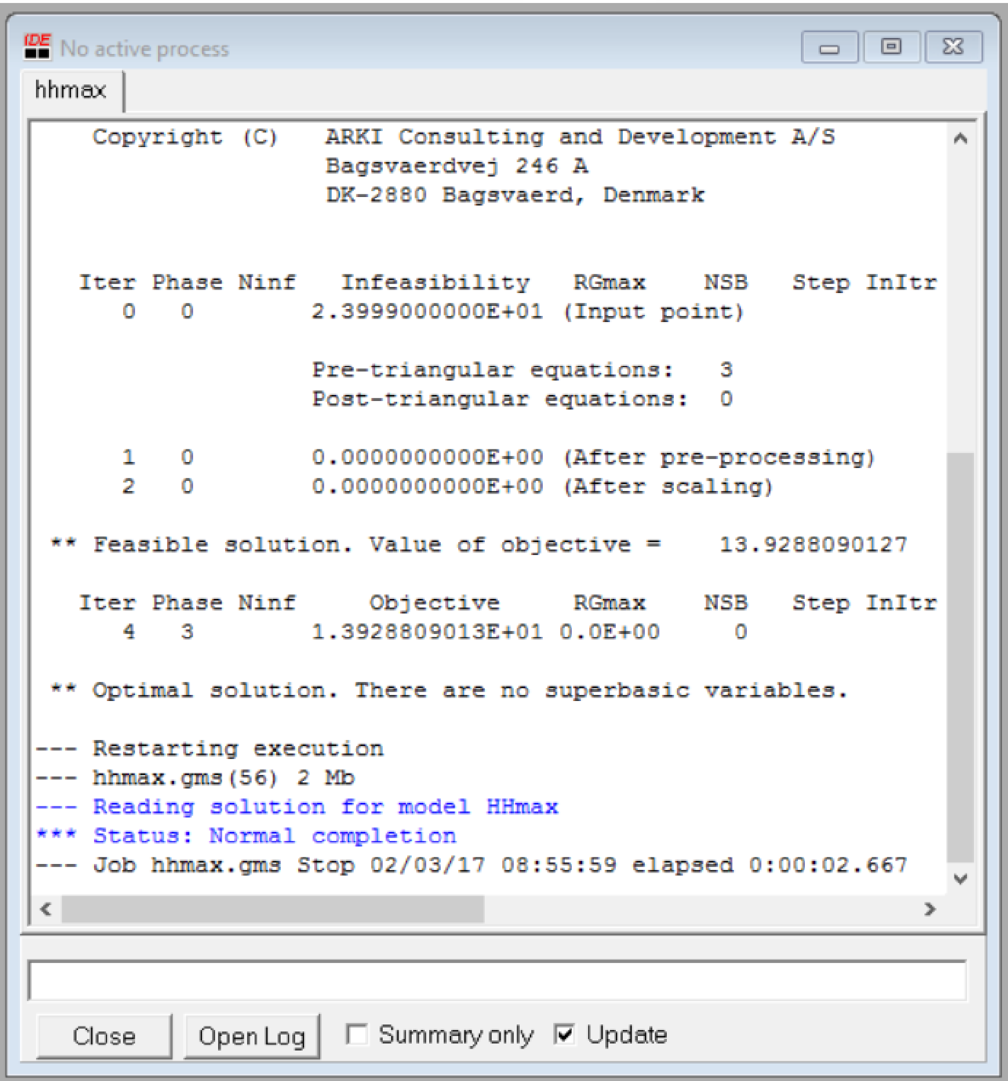
Requer que se use um solver adequado para **P**rogramação **N**ão-**L**inear

Executando o Programa



#gLocalEval2020





#gLocalEval2020

Results

```
            S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL   HHmax                OBJECTIVE  UU
     TYPE    NLP                  DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER  CONOPT               FROM LINE  56

**** SOLVER STATUS     1 Normal Completion
**** MODEL STATUS      1 Optimal
**** OBJECTIVE VALUE               13.9288

 RESOURCE USAGE, LIMIT    0.0000E+0000      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT          4     2000000000
 EVALUATION ERRORS               0              0
CONOPT 3         24.7.1 r56632 Released Mar 14, 2016 WEI x86 64bit/MS Windows


    C O N O P T 3   version 3.17A
    Copyright (C)   ARKI Consulting and Development A/S
                    Bagsvaerdvej 246 A
                    DK-2880 Bagsvaerd, Denmark


                   Pre-triangular equations:   3
                   Post-triangular equations:  0


 ** Optimal solution. There are no superbasic variables.


 CONOPT time Total                            0.002 seconds
   of which: Function evaluations             0.000 =  0.0%
             1st Derivative evaluations       0.000 =  0.0%


---- EQU eqX  household demand function
```

Se não há nenhum erro de sintaxe, vc pode ir direto para o sumário de solução

Note que o solver encontra uma solução ótima. Em caso de erro teríamos

'**Infeasible solution' or '**Unbounded solution'

#gLocalEval2020

Results

```
 CONOPT time Total                            0.002 seconds
   of which: Function evaluations             0.000 =  0.0%
             1st Derivative evaluations       0.000 =  0.0%


---- EQU eqX  household demand function

       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD     8.000     8.000     8.000     0.348
MLK    16.000    16.000    16.000     0.696

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU obj             .         .         .        1.000

  obj  utility function

---- VAR X  consumption of the i-th good

       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD     0.001     8.000     +INF       .
MLK     0.001    16.000     +INF       .

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR UU             -INF     13.929     +INF       .

  UU  utility


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
                             0     ERRORS
```

Solução para as equações

Valor dos Multiplicadores de Lagrange das restrições

Results

```
 CONOPT time Total                          0.002 seconds
   of which: Function evaluations           0.000 =   0.0%
             1st Derivative evaluations     0.000 =   0.0%


---- EQU eqX  household demand function

         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD      8.000     8.000     8.000     0.348
MLK     16.000    16.000    16.000     0.696

                         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU obj               .         .         .        1.000

  obj  utility function

---- VAR X  consumption of the i-th good

         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD      0.001     8.000     +INF       .
MLK      0.001    16.000     +INF       .

                         LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR UU               -INF    13.929     +INF       .

  UU  utility


**** REPORT SUMMARY :          0     NONOPT
                               0 INFEASIBLE
                               0  UNBOUNDED
                               0     ERRORS
```

Solução para as equações

#gLocalEval2020

Results

```
CONOPT time Total                          0.002 seconds
  of which: Function evaluations           0.000 =  0.0%
            1st Derivative evaluations     0.000 =  0.0%


---- EQU eqX  household demand function

          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD       8.000     8.000     8.000     0.348
MLK      16.000    16.000    16.000     0.696

                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- EQU obj              .         .         .        1.000

  obj  utility function

---- VAR X  consumption of the i-th good

          LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD       0.001     8.000     +INF       .
MLK       0.001    16.000     +INF       .

                        LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR UU              -INF     13.929     +INF       .

  UU  utility


**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
                             0     ERRORS
```

A variável livre (função obj) percorre o intervalo $(-\infty, +\infty)$

```
* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;
```

#gLocalEval2020

Exercício:

- Solucione agora o modelo correto, ou seja,

$$\underset{X_i}{\text{maximize}}\ UU = \prod_i X_i^{\alpha_i} \qquad \text{s.t} \qquad \sum_i p_i^x X_i = \sum_h p_h^f FF_h$$

- Dica: você vai ter que substituir as seguintes equações no modelo original:

```
Equation phi marginal utility of income

phi.. sum(i, px(i)*X(i)) =e= sum(h, pf(h)*FF(h));
```

- O que significam os dois comandos acima?
- Compare as soluções dos dois modelos atentando para o bloco de EQU.
- Interprete os novos resultados.

```
* Definition of Primal/Dual Variables ---------------------------------
Positive Variable X(i)           consumption of the i-th good
;
Variable          UU             utility
;
Equation          phi            marginal utility of income
                  obj            utility function
;
* Specification of Equations ------------------------------------------

phi..             sum(i, px(i)*X(i)) =e= sum(h, pf(h)*FF(h));
obj..             UU        =e= prod(i, X(i)**alpha(i));

* Setting Lower Bounds on Variables to Avoid Division by Zero ---------
X.lo(i)=0.001;

* Defining the Model --------------------------------------------------
Model HHmax /all/;

* Solving the Model ---------------------------------------------------
Solve HHmax maximizing UU using NLP;
* -------------------------------------------------------------------
* end of model ------------------------------------------------------
* -------------------------------------------------------------------
```

INTRODUZINDO A SAM

SAM

Parâmetros de preferências:	$\alpha_{BRD} = 0.2$	$\alpha_{MLK} = 0.8$
Preços dos bens:	$p^x_{BRD} = 1$	$p^x_{MLK} = 2$
Preço dos fatores:	$p^f_{CAP} = 2$	$p^f_{LAB} = 1$
Parâmetros de dotações	$FF_{CAP} = 10$	$FF_{LAB} = 20$

- Em nosso exemplo, os valores dos parâmetros nos foi dado.
- Mas, na realidade, precisamos estimar esses parâmetros.
- Esses parâmetros são estimados com base no que chamamos de MATRIZ DE CONTABILIDADE SOCIAL (SAM).
- Em nível nacional, essa matriz pode ser construída com base nas informações disponibilizadas pelo IBGE no Sistema de Contas Nacionais.
- Em âmbito subnacional, diversos estados vêm se esforçando para construir suas estatísticas.

SAM

- Matriz de contabilidade social (SAM) é um registro em forma matricial de todas as **transações** de uma economia em um **dado período** de tempo, usualmente, um ano de referência.
- A SAM apresenta de modo completo, desagregado, e consistente, os fluxos de renda e de bens de uma economia, e mostra claramente a interdependência existente entre as diversas entidades envolvidas no funcionamento do sistema econômico.
- Ela descreve como os bens e fatores se transformam ao passar da produção aos mercados, às instituições e aos agentes da economia, registrando simultaneamente o fluxo circular da renda entre todas essas entidades.

SAM

- A ideia geral por trás de uma SAM é a de amarrar de que forma os **fatores são transformados em produto** e de que forma os **agentes interagem nessa economia**.
- Nosso modelo fictício consiste em uma família e duas empresas com dois bens e dois fatores. Assim, a SAM requer apenas uma estrutura que descreva "Atividade", "Fator" e "Demanda Final".
- Depois abriremos a economia e introduziremos o governo. Isso irá demandar um setor externo e a coleta e distribuição de impostos.

SAM

- Uma SAM para nosso modelo

Household = Família

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

Quem Paga

Quem Recebe

SAM

A família paga 15 $ pelo pão do padeiro

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

O padeiro recebe 15 $ da família

#gLocalEval2020

SAM

O laticínio paga 20 $ de remuneração do capital

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

O capital (que é das famílias) é remunerado em 20 $

SAM

25 $ de trabalho são pagos

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

A família recebe 25 $ de salário

SAM

SOMA DE LINHAS E COLUNAS

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25 (Remunerado)
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25 (Dispendido)	25	50	

Essa estrutura capta a ideia do fluxo circular de renda (renda = dispêndio)

SAM

SOMA DE LINHAS E COLUNAS

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25 (Recebido)
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25 (Dispendido)	50	

Essa estrutura capta a ideia do fluxo circular de renda (renda = dispêndio)

SAM

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

As células cinza são extraídas diretamente da Matriz Insumo Produto

#gLocalEval2020

SAM

- A ordem das entradas de linha e coluna da SAM pode ser livremente organizadas.
- Pode se adicionar entradas de linha / coluna na SAM dependendo da finalidade da análise e da disponibilidade de dados.
- É possível elaborar uma SAM e, consequentemente, um modelo CGE com diversos setores de 'Atividade' e vários tipos de famílias que compõem a 'Demanda Final'.
- Também podemos incorporar governo e impostos, e comércio internacional com tarifas de importação e subsídios à exportação.

Parâmetros de preferências:	$\alpha_{BRD} = 0.2$	$\alpha_{MLK} = 0.8$
Preços dos bens:	$p^x_{BRD} = 1$	$p^x_{MLK} = 2$
Preço dos fatores:	$p^f_{CAP} = 2$	$p^f_{LAB} = 1$
Parâmetros de dotações	$FF_{CAP} = 10$	$FF_{LAB} = 20$

SAM

- Em nosso exemplo, os valor dos parâmetros foi dado.
- Na realidade, precisamos estimar esses parâmetros.
- Esses parâmetros são estimados com base no que chamamos de MATRIZ DE CONTABILIDADE SOCIAL (SAM).
- Em nível nacional, essa matriz pode ser construída com base nas informações disponibilizadas pelo IBGE no Sistema de Contas Nacionais.
- Em âmbito subnacional, diversos estados vêm se esforçando para construir suas estatísticas.

SAM

- No final do curso iremos realizar um exercício de construção da SAM com base em uma matriz insumo produto. Por enquanto, vamos deixar a MIP de lado e nos concentrar na SAM.
- A ordem das entradas de linha e coluna da SAM pode ser livremente organizadas.
- Pode se adicionar entradas de linha / coluna na SAM dependendo da finalidade da análise e da disponibilidade de dados.
- É possível elaborar uma SAM e, consequentemente, um modelo CGE com diversos setores de 'Atividade' e vários tipos de famílias que compõem a 'Demanda Final'.
- Também podemos incorporar governo e impostos, e comércio internacional com tarifas de importação e subsídios à exportação.

Calibrando o CGE

Calibrando o CGE

Parâmetros de preferências:	$\alpha_{BRD} = 0.2$	$\alpha_{MLK} = 0.8$
Preços dos bens:	$p_{BRD}^{x} = 1$	$p_{MLK}^{x} = 2$
Preço dos fatores:	$p_{CAP}^{f} = 2$	$p_{LAB}^{f} = 1$
Parâmetros de dotações	$FF_{CAP} = 10$	$FF_{LAB} = 20$

- No exemplo visto, os valores dos parâmetros do nosso modelo foram dados. Entretanto, como podemos chegar à esses parâmetros?
- Nosso objetivo agora é explicar o método de estimação de coeficientes e variáveis exógenas no modelo CGE, baseado na SAM.
- Para estimar esses parâmetros, não podemos aplicar métodos econométricos padrão, pois temos um número limitado de observações, mas um grande número de coeficientes e variáveis exógenas a serem estimados. Assim, métodos econométricos padrão perderiam muitos graus de liberdade.
- Para superar esse problema, empregamos um método de estimação chamado "**calibração**".

Calibrando o CGE

- A calibração é o cômputo de parâmetros desconhecidos no modelo através da fixação de variáveis endógenas em valores de equilíbrio da SAM.
- O equilíbrio descrito pela SAM será chamado aqui de equilíbrio inicial, ou equilíbrio base. Posteriormente, veremos o equilíbrio de simulação.
- Suponha que um modelo CGE é um sistema de equações simultâneas (expressas em forma de vetor):

$$CGE(x, y, \alpha) = 0$$

Onde x é um vetor de variáveis endógenas, y é um vetor de variáveis exógenas, e α é um vetor de parâmetros.

Calibrando o CGE

- Uma prática comum é resolver o sistema do modelo para o vetor de variáveis endógenas x (desconhecido), dado y e α .
- Na calibração, partimos do pressuposto que o sistema (e as variáveis endógenas) estão em equilíbrio.
- Denotamos esse valor de equilíbrio inicial de x como x^0.
- Por definição, x^0 deve ser uma solução do modelo (se não houver um choque dado em y e/ou α). Isto é, $CGE(x^0, y, \alpha) = 0$.
- Isso nos permite tomar o vetor de variáveis exógenas y e o sistema do modelo como dados, e podemos então resolver o sistema para o vetor de parâmetros α, em vez de x.

Calibrando o CGE

- Este método de estimação é conhecido como calibração. Ele nos permite estimar os valores dos parâmetros e variáveis exógenas com base na observação de uma economia em equilíbrio;
- Essa técnica não nos permite testar estatisticamente os valores calibrados. Esta técnica também não pode ser adotada se o número de constantes em α exceder o número de equações no sistema do modelo.
- Neste caso, é preciso reduzir o número de incógnitas assumindo valores para alguns parâmetros com base em informações a priori.

Calibrando o CGE

- Exemplo: Assuma uma função de oferta da seguinte maneira:

$$S = aP$$

- Onde S denota a quantidade ofertada, P denota preço e a denota um parâmetro a ser estimado.
- Deixe as variáveis com o sobrescrito 0 denotar seus valores iniciais de equilíbrio, e suponha que estes valores de quantidade e preço sejam conhecidos.
- Então o parâmetro pode ser calibrado da seguinte maneira:

$$a = \frac{S^0}{P^0}$$

- Para que isso seja possível, é preciso obter informações sobre quantidade e preço separadamente.
- Veremos de que modo podemos manipular a SAM (que relata apenas números de valor) de modo a separar estes valores em variáveis de preço e quantidade.

Calibrando o CGE

- Os dados da SAM são expressos da seguinte maneira:
$$Valor = Preço \times Quantidade$$
- Se os dados de preço estiverem disponíveis, os dados de quantidade podem ser extraídos imediatamente. No entanto, não podemos coletar dados de preços para todos os setores abrangidos pela SAM...
- A solução mais simples é se trabalhar com um numerário; $P = 1$. Assim, teremos
$$Valor = 1 \times Quantidade$$
- Ou seja, todos os valores da SAM podem ser entendidos como quantidades.

Calibrando o CGE

As equações chave do nosso modelo simples eram:

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h, j$$

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

Calibrando o CGE

Parâmetros a serem estimados:

$i = 2$

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$j = 2$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$j.h = 4$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h, j$$

Variáveis exógenas:

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$h = 2$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

Para atribuir valores para as variáveis endógenas, precisamos, então, estabelecer valores para 8 parâmetros e duas variáveis exógenas

Calibrando o CGE

- Vamos primeiro calibrar o coeficiente de participação da despesa na função de utilidade α_i. As CPOs do problema de maximização da utilidade das famílias levam à função de demanda:

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

- Como essa equação também vale no equilíbrio inicial, temos:

$$X_i^0 = \frac{\alpha_i}{p_i^{x0}} \sum_h p_h^{f0} FF_h \quad \forall i$$

- Isolando α_i, temos:

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_h p_h^{f0} FF_h} \quad \forall i$$

Calibrando o CGE

- A SAM é essencial para identificarmos os componentes da nossa calibração.

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_h p_h^{f0} FF_h} \quad \forall i$$

Não temos FF_h e a calibração exige todas as variáveis em equilíbrio inicial

- Como, $\sum_i p_i^{x0} X_i^0 = \sum_h p_h^{f0} FF_h$, ou seja, toda a dotação será demandada,

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_j p_j^{x0} X_j^0}$$

- Agora podemos usar a SAM...

Calibrando o CGE

- A SAM é essencial para identificar os componentes da calibração.

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_j p_j^{x0} X_j^0}$$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

i, j h, k $p_h^{f0} F_{h,j}^0$ $p_h^{f0} FF_h$ $p_i^{x0} X_i^0$

$$\alpha_{BRD} = \frac{15}{50} = 0.3$$

$$\alpha_{MLK} = \frac{30}{50} = 0.7$$

Calibrando o CGE

- Estimando os parâmetros da produção...

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h, j$$

$$\Rightarrow$$

$$Z_j^0 = b_j \prod_h F_{h,j}^{0\,\beta_{h,j}} \quad \forall j$$

$$F_{h,j}^0 = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^{f0}} p_j^{z0} Z_j^0 \quad \forall h, j$$

Note que temos um sistema com seis equações e seis parâmetros.

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{p_j^{z0} Z_j^0} \quad \forall h, j$$

#gLocalEval2020

Calibrando o CGE

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{\boxed{p_j^{z0} Z_j^0}} \; ? \quad \forall h, j$$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	
i, j	h, k	$p_h^{f0} F_{h,j}^0$		$p_h^{f0} FF_h$		$p_i^{x0} X_i^0$	

Calibrando o CGE

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{\boxed{p_j^{z0} Z_j^0}} \quad \forall h, j$$

Usando $p_j^{Z0} = p_j^{x0}$ e $X_j^0 = Z_j^0$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

$i, j \quad h, k \qquad p_h^{f0} F_{h,j}^0 \qquad p_h^{f0} FF_h \qquad p_i^{x0} X_i^0$

Calibrando o CGE

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{p_j^{x0} X_j^0} \quad \forall h, j$$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

i, j h, k $p_h^{f0} F_{h,j}^0$ $p_h^{f0} FF_h$ $p_i^{x0} X_i^0$

$$\beta_{CAP,BRD} = \frac{5}{15} = 0.33$$

$$\beta_{LAB,BRD} = \frac{10}{15} = 0.66$$

$$\beta_{CAP,MLK} = \frac{20}{35} = 0.57$$

$$\beta_{LAB,MLK} = \frac{15}{35} = 0.43$$

Note que temos RCE nos dois setores

Calibrando o CGE

- Estimando os parâmetros da produção...

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h,j$$

$$\Rightarrow$$

$$Z_j^0 = b_j \prod_h F_{h,j}^{0^{\beta_{h,j}}} \quad \forall j$$

$$F_{h,j}^0 = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^{f0}} p_j^{z0} Z_j^0 \quad \forall h,j$$

Note que temos um sistema com seis equações e seis parâmetros.

$$b_j = \frac{Z_j^0}{\prod_h F_{h,j}^{0^{\beta_{h,j}}}} \quad \forall j$$

Calibrando o CGE

$\beta_{h,j}$ *deve ser estimado antes de* b_j !!!

$$b_j = \frac{Z_j^0}{\prod_h F_{h,j}^{0^{\beta_{h,j}}}} \quad \forall j$$

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{p_j^{x0} X_j^0} \quad \forall h, j$$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

$i, j \quad h, k \quad p_h^{f0} F_{h,j}^0 \quad p_h^{f0} FF_h \quad p_i^{x0} X_i^0$

$$b_{BRD} = \frac{15}{5^{0.33} \times 10^{0.66}} = 1.89$$

$$b_{MLK} = \frac{35}{20^{0.57} \times 15^{0.43}} = 1.98$$

#gLocalEval2020

Calibrando o CGE

Variáveis exógenas: Falta identificarmos a dotação dos fatores...

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h, j$$

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

$h = 2$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

Calibrando o CGE

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

Alternativamente...

$$FF_h = \sum_j F^0_{h,j} \quad \forall h$$

Table 5.1 SAM for the simple CGE model in Chapter 2

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

$i, j \quad h, k \qquad p^{f0}_h F^0_{h,j} \qquad p^{f0}_h FF_h \qquad p^{x0}_i X^0_i$

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

Programação no GAMS

- Quando o modelo é simples, o processo de calibração pode ser feito diretamente numa planilha, entretanto, conforme o modelo vai se tornando complexo, ou se são necessárias diversas recalibragens, torna-se mais sensato programar o processo de calibração dentro do GAMS.
- Vamos apresentar um programa que cobre todo o processo de modelagem. Iremos instalar a SAM em um arquivo de input, e o programa irá calibrar automaticamente os parâmetros e variáveis exógenas com base nela, e depois resolver o modelo com os parâmetros e variáveis exógenas calibrados.
- O programa está disponível na library com o nome splcge.gms

Programação no GAMS

- Nossa ideia inicial é a de salvar a SAM no programa.

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

i, j h, k $p_h^{f0} F_{h,j}^0$ $p_h^{f0} FF_h$ $p_i^{x0} X_i^0$

Programação no GAMS

- Primeiramente, note que esta SAM é uma matriz quadrada de ordem 5×5

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	
$i, j \quad h, k$	$p_h^{f0} F_{h,j}^0$		$p_h^{f0} FF_h$		$p_i^{x0} X_i^0$		

$$u = [\,\underbrace{BRD, MLK}_{i}, \underbrace{CAP, LAB, HOH}_{h}\,]$$

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

i, j h, k $p_h^{f0}F_{h,j}^0$ $p_h^{f0}FF_h$ $p_i^{x0}X_i^0$

$\text{u} = [\underbrace{\text{BRD, MLK}}_{i}, \underbrace{\text{CAP, LAB}}_{h}, \text{HOH}]$

Identifica i dentro do u

$I \subset U$

```
* Definition of sets for suffix -------------------------
Set     u       SAM entry     /BRD, MLK, CAP, LAB, HOH/
        i(u)    goods         /BRD, MLK/
        h(u)    factor        /CAP, LAB/;
Alias (u,v), (i,j), (h,k);
* ------------------------------------------------------------

* Loading data ----------------------------------------------
Table   SAM(u,v)       social accounting matrix
        BRD     MLK     CAP     LAB     HOH
BRD                                     15
MLK                                     35
CAP     5       20
LAB     10      15
HOH                     25      25
;
* ------------------------------------------------------------
```

$h = k$

$i = j$

$u = v$

Note que o GAMS cria o vetor v

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

A instrução "Alias" é muito importante.
Embora os rótulos de linha e de coluna de SAM (u, v) sejam idênticos, se atribuirmos o mesmo índice à matriz, ou seja, se instruirmos SAM (u, u), o GAMS interpretará a matriz como uma matriz diagonal com elementos: $SAM_{BRD,BRD}$, $SAM_{MLK,MLK}$, ... , $SAM_{HOH,HOH}$. Portanto, devemos distinguir os índices de linha e coluna.

```
* Definition of sets for suffix --------------------------------------
Set      u       SAM entry      /BRD, MLK, CAP, LAB, HOH/
         i(u)    goods          /BRD, MLK/
         h(u)    factor         /CAP, LAB/;
Alias (u,v), (i,j), (h,k);
* --------------------------------------------------------------------

* Loading data ------------------------------------------------------
Table    SAM(u,v)       social accounting matrix
         BRD     MLK     CAP     LAB     HOH
BRD                                      15
MLK                                      35
CAP      5       20
LAB      10      15
HOH                      25      25
;
* --------------------------------------------------------------------
```

$SAM\ (u, u) =$ zeros

Pq???

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

A instrução "Alias" é muito importante.
Embora os rótulos de linha e de coluna de SAM (u, v) sejam idênticos, se atribuirmos o mesmo índice à matriz, ou seja, se instruirmos SAM (u, u), o GAMS interpretará a matriz como uma matriz diagonal com elementos: $SAM_{BRD,BRD}, SAM_{MLK,MLK}, \ldots , SAM_{HOH,HOH}$. Portanto, devemos distinguir os índices de linha e coluna.

```
* Definition of sets for suffix --------------------------------------
Set     u       SAM entry     /BRD, MLK, CAP, LAB, HOH/
        i(u)    goods         /BRD, MLK/
        h(u)    factor        /CAP, LAB/;
Alias (u,v), (i,j), (h,k);
* --------------------------------------------------------------------

* Loading data -------------------------------------------------------
Table   SAM(u,v)        social accounting matrix
        BRD     MLK     CAP     LAB     HOH
BRD     0                               15
MLK             0                       35
CAP     5       20      0
LAB     10      15              0
HOH                     25      25      0
;
* --------------------------------------------------------------------
```

$SAM\ (u, u) =$ zeros

Pq???

Teríamos uma matriz diagonal com zeros!

Programação no GAMS

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

$i, j \quad h, k \qquad p_h^{f0} F_{h,j}^{0} \qquad p_h^{f0} FF_h \qquad p_i^{x0} X_i^{0}$

$u = [\underbrace{BRD, MLK}_{i}, \underbrace{CAP, LAB}_{h}, HOH]$

Declaro a matriz SAM (5x5)

Lembrando que u tem 5 elementos

```
* Definition of sets for suffix ---------------------------
Set      u        SAM entry     /BRD, MLK, CAP, LAB, HOH/
         i(u)     goods         /BRD, MLK/
         h(u)     factor        /CAP, LAB/;
Alias (u,v), (i,j), (h,k);
* ------------------------------------------------------------

* Loading data ----------------------------------------------
Table    SAM(u,v)         social accounting matrix
         BRD      MLK      CAP      LAB      HOH
BRD                                          15
MLK                                          35
CAP      5        20
LAB      10       15
HOH                        25       25
;
* ------------------------------------------------------------
```

Lembre sempre de finalizar as instruções com ";"

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

Indica os valores (iniciais) de equilíbrio das variáveis endógenas e exógenas a serem recuperadas a partir da SAM.

Ao rodar o modelo, esses valores devem bater com os valores apresentados na SAM.

```
* Loading the initial values -----------------------------------------
Parameter        X0(i)          household consumption of the i-th good
                 F0(h,j)        the h-th factor input by the j-th firm
                 Z0(j)          output of the j-th good
                 FF(h)          factor endowment of the h-th factor
;

X0(i)    =SAM(i,"HOH");
F0(h,j)  =SAM(h,j);
Z0(j)    =sum(h, F0(h,j));
FF(h)    =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration --------------------------------------------------------

Parameters       alpha(i)       share parameter in utility function
                 beta(h,j)      share parameter in production function
                 b(j)           scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)     =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ---------------------------------------------------------------------
```

Display indica que os valores dessas variáveis deve ser impresso no arquivo de output

Posteriormente, experimente colocar `Option decimals=8;` antes de Display ...

Programação no GAMS

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	
i, j h, k		$p_h^{f0}F_{h,j}$		$p_h^{f0}FF_h$		$p_i^{x0}X_i^0$	

```
* Loading the initial values -------------------------------
Parameter          X0(i)          household consumption of the
                   F0(h,j)        the h-th factor input by the
                   Z0(j)          output of the j-th good
                   FF(h)          factor endowment of the h-th
;

X0(i)    =SAM(i,"HOH");
F0(h,j)  =SAM(h,j);
Z0(j)    =sum(h, F0(h,j));
FF(h)    =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration -----------------------------------------------

Parameters         alpha(i)       share parameter in utility function
                   beta(h,j)      share parameter in production function
                   b(j)           scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)     =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ----------------------------------------------------------
```

$$p = 1 , \forall\, p$$

$$p_i^{x0}X_i^0 = SAM_{i,HOH} \quad \forall i$$

$$p_h^{f0}F_{h,j}^0 = SAM_{h,j} \quad \forall h, j$$

$$p_j^{z0}Z_j^0 = \sum_h p_h^{f0}F_{h,j}^0 \quad \forall j$$

$$p_h^{f0}FF_h = SAM_{HOH,h} \quad \forall h$$

#gLocalEval2020

Programação no GAMS

Note que todos os preços foram normalizados para a unidade. Isso é possível, pois estamos tratando de um modelo sem imposto. Com imposto, essas relações devem ser repensadas...

```
* Loading the initial values ---------------------------------------
Parameter        X0(i)          household consumption of the i-th good
                 F0(h,j)        the h-th factor input by the j-th firm
                 Z0(j)          output of the j-th good
                 FF(h)          factor endowment of the h-th factor
;

X0(i)    =SAM(i,"HOH");
F0(h,j)  =SAM(h,j);
Z0(j)    =sum(h, F0(h,j));
FF(h)    =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration ------------------------------------------------------

Parameters       alpha(i)       share parameter in utility function
                 beta(h,j)      share parameter in production function
                 b(j)           scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)     =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ------------------------------------------------------------------
```

$$p = 1\,, \forall p \quad \Leftrightarrow \quad \tau = 0$$

$$p_i^{x0} X_i^0 = SAM_{i,HOH} \quad \forall i$$

$$p_h^{f0} F_{h,j}^0 = SAM_{h,j} \quad \forall h, j$$

$$p_j^{z0} Z_j^0 = \sum_h p_h^{f0} F_{h,j}^0 \quad \forall j$$

$$p_h^{f0} FF_h = SAM_{HOH,h} \quad \forall h$$

Programação no GAMS

Posteriormente, define-se os parâmetros a serem calibrados

```
* Loading the initial values ----------------------------------------
Parameter        X0(i)          household consumption of the i-th good
                 F0(h,j)        the h-th factor input by the j-th firm
                 Z0(j)          output of the j-th good
                 FF(h)          factor endowment of the h-th factor
;

X0(i)   =SAM(i,"HOH");
F0(h,j) =SAM(h,j);
Z0(j)   =sum(h, F0(h,j));
FF(h)   =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration -------------------------------------------------------

Parameters       alpha(i)       share parameter in utility function
                 beta(h,j)      share parameter in production function
                 b(j)           scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)    =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ------------------------------------------------------------------
```

Programação no GAMS

Posteriormente, define-se os parâmetros a serem calibrados

```
* Loading the initial values -----------------------------------------
Parameter       X0(i)         household consumption of the i-th good
                F0(h,j)       the h-th factor input by the j-th firm
                Z0(j)         output of the j-th good
                FF(h)         factor endowment of the h-th factor
;

X0(i)    =SAM(i,"HOH");
F0(h,j)  =SAM(h,j);
Z0(j)    =sum(h, F0(h,j));
FF(h)    =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration ----------------------------------------------------------

Parameters      alpha(i)      share parameter in utility function
                beta(h,j)     share parameter in production function
                b(j)          scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)     =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ---------------------------------------------------------------------
```

E, em seguida, formula-se a memória de cálculo da calibração:

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_j p_j^{x0} X_j^0} \quad \forall i$$

$$\beta_{h,j} = \frac{p_h^{f0} F_{h,j}^0}{p_j^{x0} X_j^0} \quad \forall h, j$$

$$b_j = \frac{Z_j^0}{\prod_h F_{h,j}^{0\,\beta_{h,j}}} \quad \forall j$$

Note que permanecemos normalizando os preços p/ 1.

Programação no GAMS

```
* Loading the initial values ---------------------------------------
Parameter        X0(i)          household consumption of the i-th good
                 F0(h,j)        the h-th factor input by the j-th firm
                 Z0(j)          output of the j-th good
                 FF(h)          factor endowment of the h-th factor
;

X0(i)    =SAM(i,"HOH");
F0(h,j)  =SAM(h,j);
Z0(j)    =sum(h, F0(h,j));
FF(h)    =SAM("HOH",h);
Display X0, F0, Z0, FF;
* Calibration ------------------------------------------------------

Parameters       alpha(i)       share parameter in utility function
                 beta(h,j)      share parameter in production function
                 b(j)           scale parameter in production function
;
alpha(i)=X0(i)/sum(j, X0(j));
beta(h,j)=F0(h,j)/sum(k, F0(k,j));
b(j)     =Z0(j)/prod(h, F0(h,j)**beta(h,j));
Display alpha, beta, b;
* ------------------------------------------------------------------
```

Note que α_i é somado no índice j.

$$\alpha_i = \frac{p_i^{x0} X_i^0}{\sum_j p_j^{x0} X_j^0} \qquad \forall i$$

Esse é um dos motivos do comando "Alias" ser muito importante para CGEs...

Veja o output e cheque se há retornos constantes de escala

#gLocalEval2020

GAMS Program

```
* Defining model system -------------------------------------------------
Variable        X(i)        household consumption of the i-th good
                F(h,j)      the h-th factor input by the j-th firm
                Z(j)        output of the j-th good
                px(i)       demand price of the i-th good
                pz(j)       supply price of the i-th good
                pf(h)       the h-th factor price

                UU          utility [fictitious]
;

Equation        eqX(i)      household demand function
                eqpz(i)     production function
                eqF(h,j)    factor demand function
                eqpx(i)     good market clearing condition
                eqpf(h)     factor market clearing condition
                eqZ(i)      price equation

                obj         utility function [fictitious]
;

eqX(i)..        X(i)    =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
eqpz(j)..       Z(j)    =e= b(j)*prod(h, F(h,j)**beta(h,j));
eqF(h,j)..      F(h,j)  =e= beta(h,j)*pz(j)*Z(j)/pf(h);
eqpx(i)..       X(i)    =e= Z(i);
eqpf(h)..       sum(j, F(h,j)) =e= FF(h);
eqZ(i)..        px(i)   =e= pz(i);

obj..           UU      =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
* -----------------------------------------------------------------------
```

Declaração de variáveis endógenas

Declaração de Equações

Especificação das Equações

GAMS Program

```
eqX(i)..        X(i)     =e= alpha(i)*sum(h, pf(h)*FF(h))/px(i);
eqpz(j)..       Z(j)     =e= b(j)*prod(h, F(h,j)**beta(h,j));
eqF(h,j)..      F(h,j)   =e= beta(h,j)*pz(j)*Z(j)/pf(h);
eqpx(i)..       X(i)     =e= Z(i);
eqpf(h)..       sum(j, F(h,j)) =e= FF(h);
eqZ(i)..        px(i)    =e= pz(i);

obj..           UU       =e= prod(i, X(i)**alpha(i));
* -------------------------------------------------------------
```

$$X_i = \frac{\alpha_i}{p_i^x} \sum_h p_h^f FF_h \quad \forall i$$

$$Z_j = b_j \prod_h F_{h,j}^{\beta_{h,j}}$$

$$F_{h,j} = \frac{\beta_{h,j}}{p_h^f} p_j^z Z_j \quad \forall h,j$$

$$X_i = Z_i \quad \forall i$$

$$\sum_j F_{h,j} = FF_h \quad \forall h$$

$$p_i^z = p_i^x \quad \forall i$$

$$UU = \prod_i X_i^{\alpha_i}$$

#gLocalEval2020

GAMS Program

```
* Initializing variables -----------------------
X.l(i)   =X0(i);
F.l(h,j)=F0(h,j);
Z.l(j)   =Z0(j);
px.l(i) =1;
pz.l(j) =1;
pf.l(h) =1;
* ----------------------------------------------

* Setting lower bounds to avoid division by zero
X.lo(i) =0.001;
F.lo(h,j)=0.001;
Z.lo(j) =0.001;
px.lo(i)=0.001;
pz.lo(j)=0.001;
pf.lo(h)=0.001;
* ----------------------------------------------
pf.fx("LAB")=1;

* Defining and solving the model ---------------
Model splcge /all/;
Solve splcge maximizing UU using nlp;
* ----------------------------------------------
* end of model ---------------------------------
* ----------------------------------------------
```

Definição de valores iniciais para variáveis endógenas para facilitar a computação

À medida que o tamanho do modelo aumenta, convém se definir pontos iniciais para as variáveis endógenas ao se iniciar a computação (chamamos esse processo de "inicialização").

Isso facilita a nossa computação numérica e pode-se reduzir as cargas computacionais, obtendo uma solução mais rápida e reduzindo-se a chance de encontrar inviabilidade.

GAMS Program

```
* Initializing variables ------------------------
X.l(i)   =X0(i);
F.l(h,j)=F0(h,j);
Z.l(j)   =Z0(j);
px.l(i) =1;
pz.l(j) =1;
pf.l(h) =1;
* ----------------------------------------------

* Setting lower bounds to avoid division by zero
X.lo(i) =0.001;
F.lo(h,j)=0.001;
Z.lo(j) =0.001;
px.lo(i)=0.001;
pz.lo(j)=0.001;
pf.lo(h)=0.001;
* ----------------------------------------------
pf.fx("LAB")=1;

* Defining and solving the model ----------------
Model splcge /all/;
Solve splcge maximizing UU using nlp;
* ----------------------------------------------
* end of model ----------------------------------
* ----------------------------------------------
```

É conveniente inicializar a variável de acordo com sua posição de equilíbrio na SAM. Isso só não é recomendado quando sabemos que a variável em questão irá sofrer um grande choque.

A instrução “$.l$” no comando $y.l(i)$ significa que a variável y deve ser inicializada em nível ($level$), ou seja, é equivalente ao valor corrente da variável.

Como sabemos que, não havendo imposto, os preços serão normalizados para a unidade; também é conveniente inicializar os preços em 1.

GAMS Program

```
* Initializing variables -----------------------
X.l(i)   =X0(i);
F.l(h,j)=F0(h,j);
Z.l(j)   =Z0(j);
px.l(i) =1;
pz.l(j) =1;
pf.l(h) =1;
* ----------------------------------------------

* Setting lower bounds to avoid division by zero
X.lo(i) =0.001;
F.lo(h,j)=0.001;
Z.lo(j) =0.001;
px.lo(i)=0.001;
pz.lo(j)=0.001;
pf.lo(h)=0.001;
* ----------------------------------------------
pf.fx("LAB")=1;

* Defining and solving the model ---------------
Model splcge /all/;
Solve splcge maximizing UU using nlp;
* ----------------------------------------------
* end of model ---------------------------------
* ----------------------------------------------
```

Definição de limites inferiores, para evitar divisão por zero, conforme visto anteriormente

GAMS Program

```
* Initializing variables ------------------------
X.l(i)   =X0(i);
F.l(h,j)=F0(h,j);
Z.l(j)   =Z0(j);
px.l(i) =1;
pz.l(j) =1;
pf.l(h) =1;
* ----------------------------------------------

* Setting lower bounds to avoid division by zero
X.lo(i) =0.001;
F.lo(h,j)=0.001;
Z.lo(j) =0.001;
px.lo(i)=0.001;
pz.lo(j)=0.001;
pf.lo(h)=0.001;
* ----------------------------------------------
pf.fx("LAB")=1;

* Defining and solving the model ----------------
Model splcge /all/;
Solve splcge maximizing UU using nlp;
* ----------------------------------------------
* end of model ----------------------------------
* ----------------------------------------------
```

Definição do numerário

A natureza da teoria do equilíbrio geral requer um numerário, o qual será comparado com os preços de todos os outros bens e fatores. Isso decorre da Lei de Walras e da homogeneidade de grau zero dos preços.

Num contexto de concorrência perfeita, todos os preços são exógenamente dados quando as famílias maximizam utilidade; Assim, pode se escolher qualquer um dos preços (de bens ou fatores) a ser normalizado ou mantido fixo (instrução “$.fx$”).

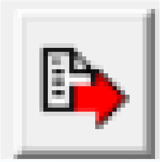
```
pf.fx("LAB")=1;
```

O preço do fator Trabalho (LABOR).

Deve ser fixo em 1 unidade.

#gLocalEval2020

Rode o modelo...



- Um arquivo "$splcge.lst$" será prontamente gerado.

- Vamos fazer uma análise do output...

```
               S O L V E      S U M M A R Y

     MODEL   splcge              OBJECTIVE  UU
     TYPE    NLP                 DIRECTION  MAXIMIZE
     SOLVER  CONOPT              FROM LINE  107

**** SOLVER STATUS     1 Normal Completion
**** MODEL STATUS      2 Locally Optimal
**** OBJECTIVE VALUE               27.1441

 RESOURCE USAGE, LIMIT      0.0000E+0000      1000.000
 ITERATION COUNT, LIMIT            4     2000000000
 EVALUATION ERRORS                 0              0
CONOPT 3         24.7.1 r56632 Released Mar 14, 2016 WEI x86 64bit/MS Windows


    C O N O P T 3   version 3.17A
    Copyright (C)   ARKI Consulting and Development A/S
                    Bagsvaerdvej 246 A
                    DK-2880 Bagsvaerd, Denmark


                   Pre-triangular equations:   0
                   Post-triangular equations:  1
                   Definitional equations:     4


 ** Optimal solution. There are no superbasic variables.
```

Primeiro, veja que temos uma solução ótima no Sumário de Resolução.

Podemos, então prosseguir com a análise.

GAMS Output

```
----      42 PARAMETER X0  household consumption of the i-th good

BRD 15.000,    MLK 35.000


----      42 PARAMETER F0  the h-th factor input by the j-th firm

            BRD         MLK

CAP       5.000      20.000
LAB      10.000      15.000


----      42 PARAMETER Z0  output of the j-th good

BRD 15.000,    MLK 35.000


----      42 PARAMETER FF  factor endowment of the h-th factor

CAP 25.000,    LAB 25.000


----      52 PARAMETER alpha  share parameter in utility function

BRD 0.300,    MLK 0.700


----      52 PARAMETER beta  share parameter in production function

            BRD         MLK

CAP       0.333       0.571
LAB       0.667       0.429


----      52 PARAMETER b  scale parameter in production function

BRD 1.890,    MLK 1.980
```

```
Display X0, F0, Z0, FF;
```

É importante checar se esses valores estão batendo com os da SAM

```
Display alpha, beta, b;
```

É importante checar se esses valores estão batendo com nossas hipóteses (RCE, por exemplo)

#gLocalEval2020

GAMS Output

```
----      42 PARAMETER X0  household consumption of the i-th good

BRD 15.000,    MLK 35.000

----      42 PARAMETER F0  the h-th factor input by the j-th firm

            BRD         MLK

CAP       5.000      20.000
LAB      10.000      15.000

----      42 PARAMETER Z0  output of the j-th good

BRD 15.000,    MLK 35.000

----      42 PARAMETER FF  factor endowment of the h-th factor

CAP 25.000,    LAB 25.000

----      52 PARAMETER alpha  share parameter in utility function

BRD 0.300,    MLK 0.700
```

$\sum=1$

```
----      52 PARAMETER beta  share parameter in production function

            BRD         MLK

CAP       0.333       0.571
LAB       0.667       0.429
```

$\sum=1$ $\sum=1$

```
----      52 PARAMETER b  scale parameter in production function

BRD 1.890,    MLK 1.980
```

		Activity		Factor		Final Demand	Total
		BRD	MLK	CAP	LAB	HOH	
Activity	BRD					15	15
	MLK					35	35
Factor	CAP	5	20				25
	LAB	10	15				25
Final Demand	HOH			25	25		50
Total		15	35	25	25	50	

i, j h, k $p_h^{f0}F_{h,j}^0$ $p_h^{f0}FF_h$ $p_i^{x0}X_i^0$

Retornos Constantes de Escala, OK

#gLocalEval2020

GAMS Output

```
---- VAR px  demand price of the i-th good

       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD     0.001     1.000     +INF       .
MLK     0.001     1.000     +INF       .

---- VAR pz  supply price of the i-th good

       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

BRD     0.001     1.000     +INF       .
MLK     0.001     1.000     +INF       .

---- VAR pf  the h-th factor price

       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

CAP     0.001     1.000     +INF       .
LAB     1.000     1.000     1.000     EPS

                       LOWER     LEVEL     UPPER    MARGINAL

---- VAR UU            -INF     27.144     +INF        .

  UU  utility [fictitious]
```

No bloco de Variáveis, note também que todos os preços batem com a unidade.

Isso decorre da calibração e da normalização que fizemos.

Valor da Utilidade (Medida de WF)

GAMS Output

- Por fim, com relação aos valores marginais encontrados no bloco de equações (o valor dos multiplicadores de Lagrange), eles não nos interessam muito, pois declaramos a função de utilidade como uma <u>função objetivo fictícia</u>.
- Na realidade, não estamos realizando um problema de otimização, estamos apenas resolvendo o sistema de equações simultâneas.

Observações Finais

- Modelos CGE são extremamente dependente dos parâmetros e das variáveis exógenas calibradas com base na SAM.
- A validade do modelo CGE depende de forma crítica da instalação apropriada da SAM no programa, e se a calibração é realizada corretamente.
- Conforme enfatizado, é necessário verificar se os resultados do modelo batem com os dados da SAM.
  - Se baterem, então temos uma solução de equilíbrio que pode servir de base para simulações.
  - Se não baterem, temos de corrigir os erros computacionais e de modelagem.
- Uma vez que confirmamos a reprodução dos dados SAM por calibração, podemos começar as simulações, onde valores contrafactuais são assumidos para algumas das constantes no modelo. Isso nos permite examinar o impacto de choques exógenos ou políticos sobre a economia.

Análises Para o CEARÁ

Contrastando a Análise Insumo-Produto com o CGE

Figura 1 – Estrutura do MEGC – CE

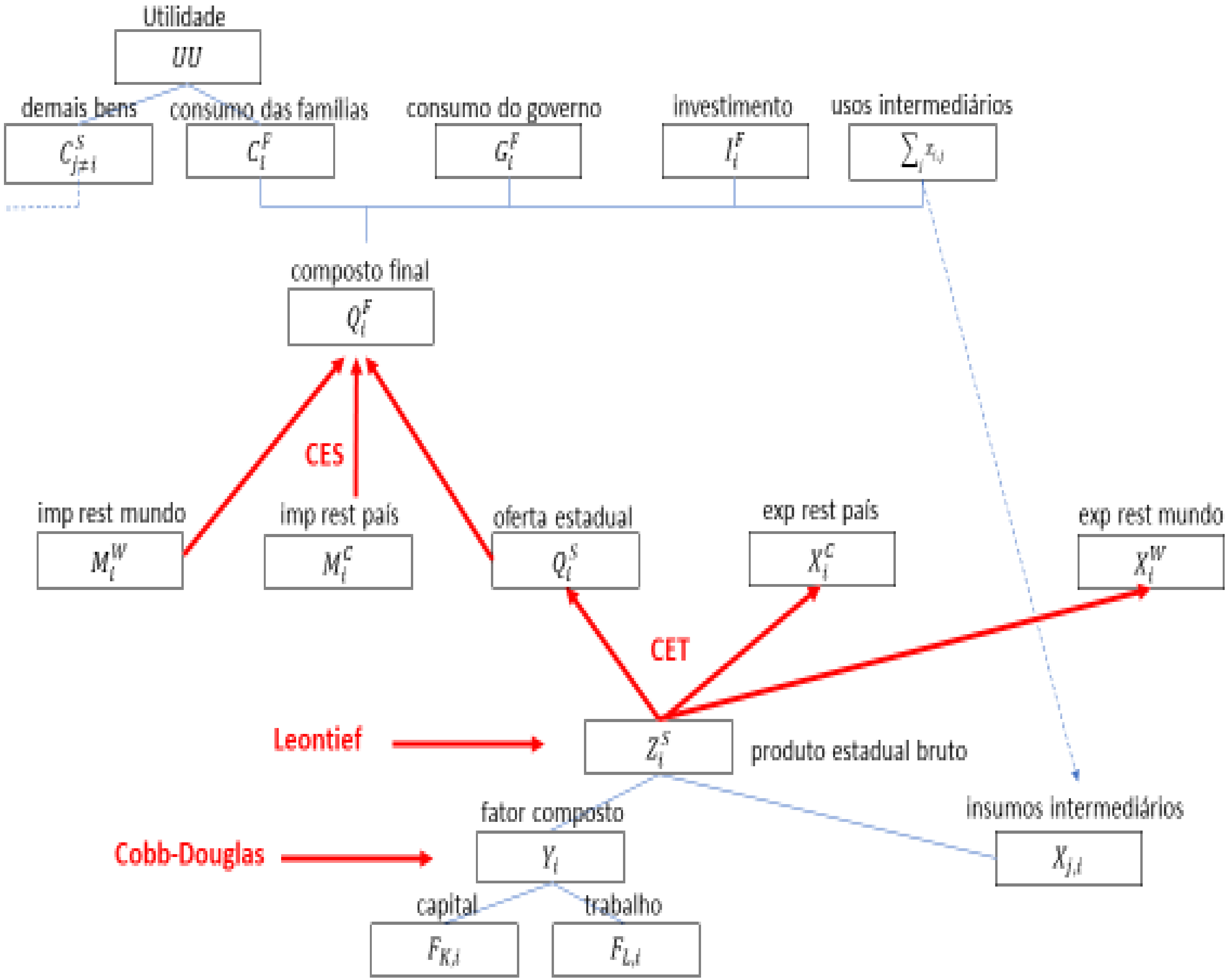
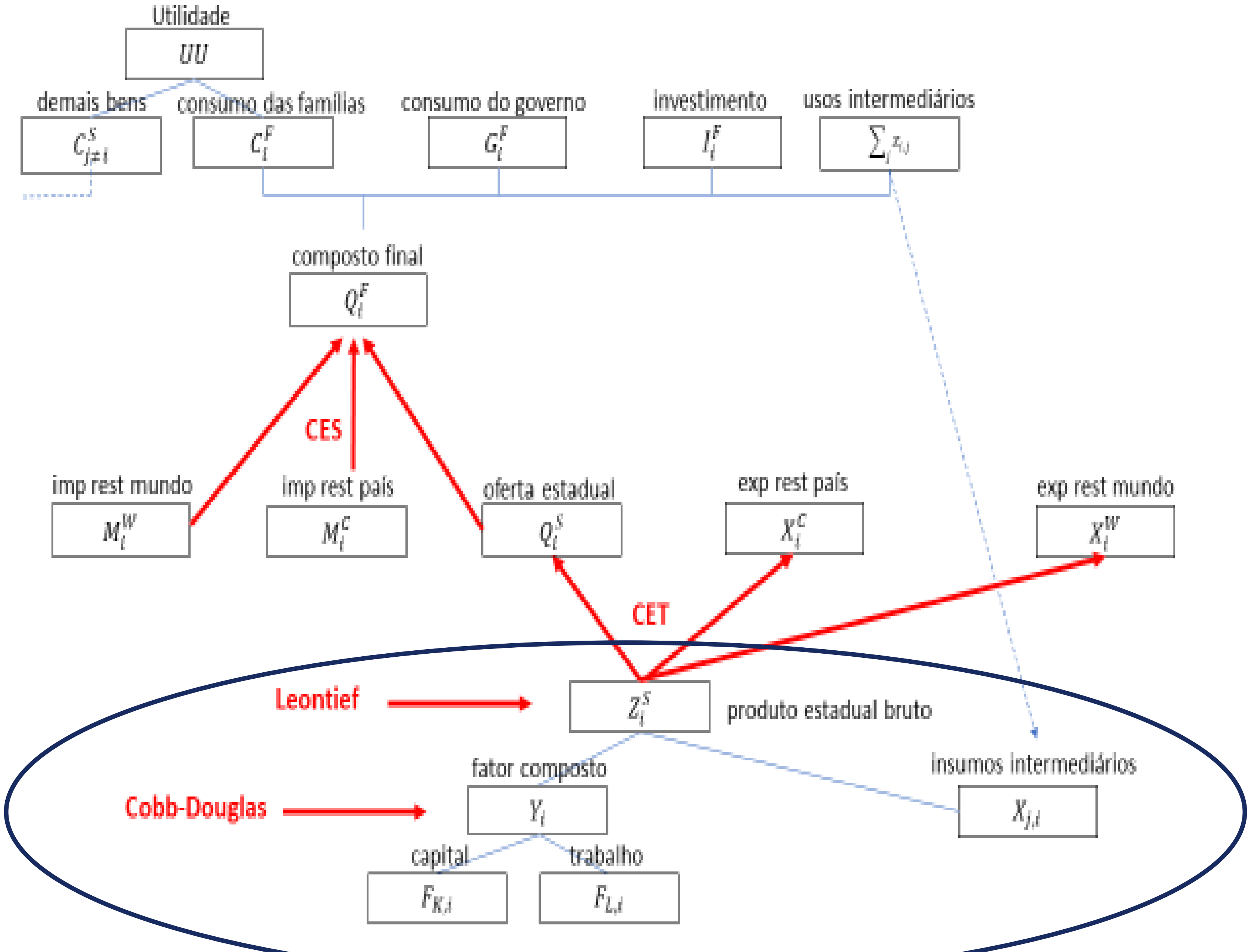
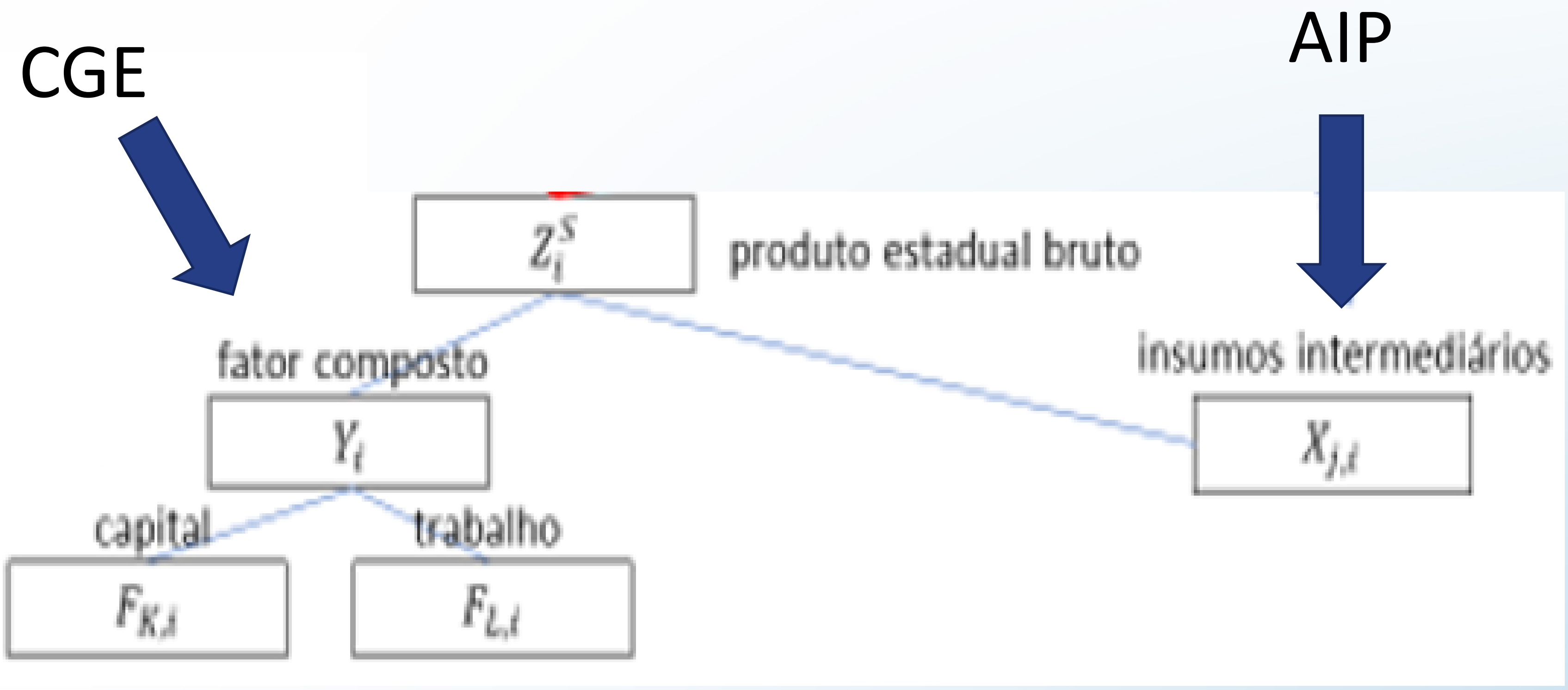


Figura 1 – Estrutura do MEGC – CE



LocalEval2020

Onde eles atuam?



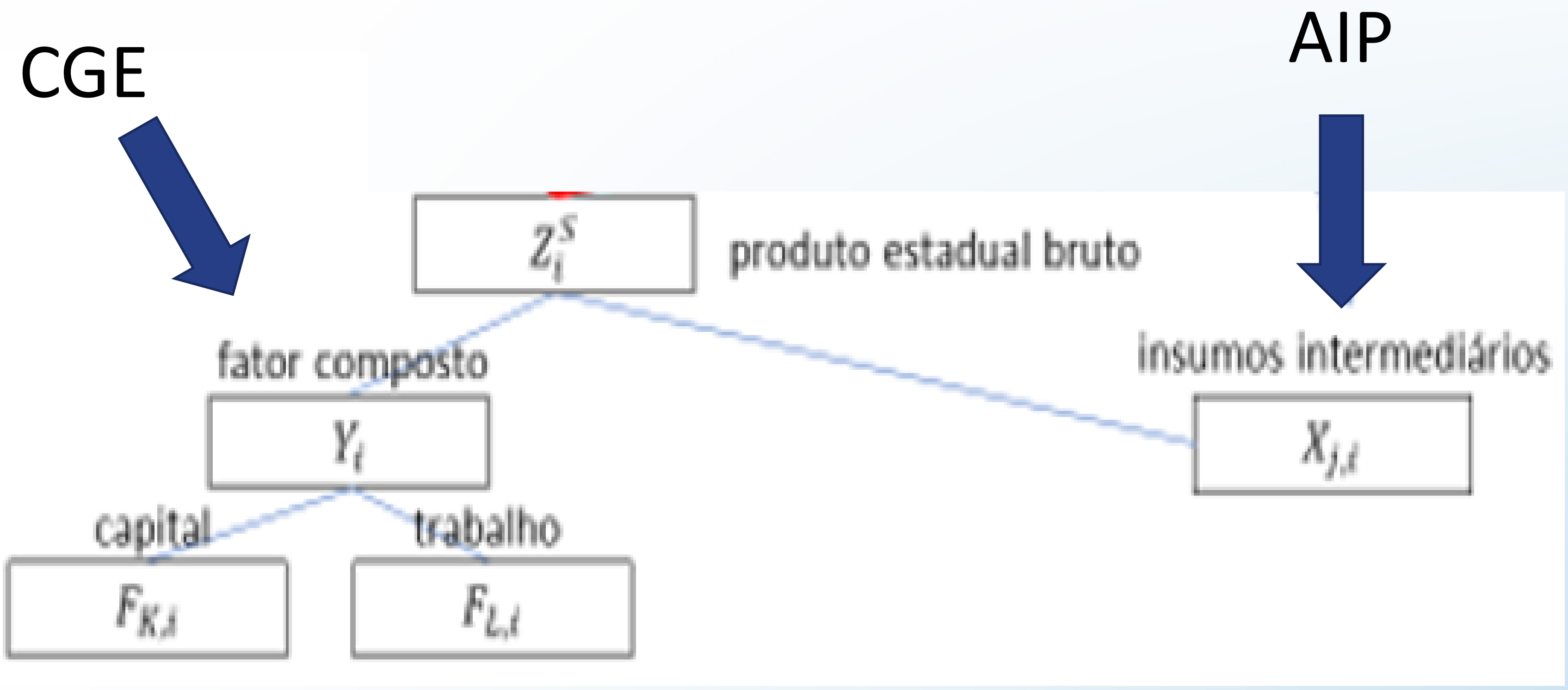
Análise Insumo-Produto

- Rasmussen (1956) e Hirschman (1958) sugerem quais seriam os setores com o maior poder de encadeamento dentro da economia.
- É possível calcular tanto os índices de ligações para trás, que forneceriam quanto tal setor demandaria dos outros, quanto os de ligações para frente, que nos dariam a quantidade de produtos demandada de outros setores da economia pelo setor em questão (sensibilidade da dispersão).

Análise Insumo-Produto

- Seja $B = (I - A)^{-1}$ a Matriz inversa de Leontief
- Seja B^* a média de todos os elementos de B
- Seja B_{i*} a soma dos elementos de uma linha típica
- Então, o Índice de ligação para frente (sensibilidade da dispersão) é definido como:
- $U_i = [B_{i*}/n]B^*$
- Onde n é o número de setores em análise

Análise Insumo-Produto



CGE

- $\max_{F_{h,i}} \pi_j^y = p_i^y Y_i - \sum_h p_h^f F_{h,i} \quad ; \quad Y_i = b_i \prod_h F_{h,i}^{\beta_{h,i}}$

- Onde:
- π_i^y: lucro do i-ésimo setor produtor do fator composto Y_i na primeira etapa (i ou j);
- Y_i: fator composto, produzido na primeira etapa e utilizado na segunda etapa pelo i-ésimo setor;
- $F_{h,i}$: o h-ésimo fator utilizado pelo i-ésimo setor na primeira etapa;
- p_i^y: preço do i-ésimo fator composto;
- p_h^f: preço do h-ésimo fator;
- $\beta_{h,i}$: coeficiente de participação na função de produção de fator composto;
- b_i: coeficiente de escala na função de produção de fator composto;

CGE

Produtividade

- $\max_{F_{h,i}} \pi_j^y = p_i^y Y_i - \sum_h p_h^f F_{h,i} \quad ; \quad Y_i = b_i \prod_h F_{h,i}^{\beta_{h,i}}$

- Função de produção com capital e trabalho: $Y = AK^{\alpha}(L)^{1-\alpha}$
- Supondo retornos constantes de escala, então, temos a seguinte especificação de produto por trabalhador:

$$\frac{Y}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

- Se temos uma unidade de capital por trabalhador, $\left(\frac{K}{L}\right) = 1$, então a produção gerada por essa unidade de capital efetivo será:

$$\frac{Y}{L} = A$$

- Ou seja, a produtividade total dos fatores nos revela qual o produto por trabalhador gerado por cada unidade de capital por trabalhador.

MIP-CE (2013) ⇒ AIP & CGE

Cod	Setores Analisados
A1	Agropecuária
A2	Indústrias extrativas
A3	Indústrias de transformação
A4	Eletricidade e gás, água, esgoto, atividades de gestão de resíduos e descontaminação
A5	Construção
A6	Comércio e reparação de veículos automotores e motocicletas
A7	Transporte, armazenagem e correio
A8	Alojamento e alimentação
A9	Informação e comunicação
A10	Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados
A11	Atividades imobiliárias
A12	Atividades profissionais, científicas e técnicas, administrativas e serviços complementares
A13	Administração, defesa, educação e saúde públicas e seguridade social
A14	Educação e saúde privadas
A15	Artes, cultura, esporte e recreação e outras atividades de serviços
A16	Serviços domésticos

Setor	RH^F	b	RH^F	b
Administração, defesa, educação e saúde públicas e seguridade social	0,80	1,37	0,55	0,69
Agropecuária	0,83	1,55	0,57	0,78
Alojamento e alimentação	0,88	1,88	0,60	0,94
Artes, cultura, esporte e recreação e outras atividades de serviços	0,78	1,89	0,53	0,95
Atividades financeiras, de seguros e serviços relacionados	1,18	1,72	0,81	0,86
Atividades imobiliárias	0,89	1,07	0,61	0,54
Atividades profissionais, científicas e técnicas, administrativas e serviços complementares	1,46	1,99	1,00	1,00
Comércio e reparação de veículos automotores e motocicletas	1,36	1,95	0,93	0,98
Construção	0,85	1,99	0,58	1,00
Educação e saúde privadas	0,77	1,86	0,53	0,93
Eletricidade e gás, água, esgoto, atividades de gestão de resíduos e descontaminação	1,19	1,83	0,82	0,92
Indústrias de transformação	1,14	1,91	0,78	0,96
Indústrias extrativas	0,78	1,86	0,53	0,93
Informação e comunicação	1,10	1,95	0,75	0,98
Serviços domésticos	0,74	1,00	0,51	0,50
Transporte, armazenagem e correio	1,24	1,97	0,85	0,99